Anexa nr. 28

Programa școlară pentru disciplina

Matematică

Clasele a IX-a – a XII-a

Trunchi comun și curriculum de specialitate (TC+CS)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

Învățământ liceal

- 2025 -

Anexa nr. 28
Programa școlară pentru disciplina *Matematică*, clasele a IX-a – a XII-a, trunchi comun și curriculum de specialitate (TC + CS)

- *Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

NOTĂ DE PREZENTARE

1. Statutul disciplinei și alocarea orară

Prezenta programă școlară completează curriculumul pentru disciplina *Matematică*, cu aplicare pentru clasele din învățământul liceal, *filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii,* forma cu frecvență zi, începând cu anul școlar 2026-2027.

Această programă școlară include și componentele programei școlare pentru disciplina Matematică, segmentul curricular *trunchi comun (TC)*, în conformitate cu prevederile Legii învățământului preuniversitar 198/2023, Art.86.(2).

Pentru *filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*, în conformitate cu planurile-cadru pentru învățământul liceal, forma cu frecvență zi, aprobate ca anexe la OMEC nr. 4350/2025, studiul disciplinei are următoarea alocare orară săptămânală, defalcată pe segmentul *trunchi comun (TC)*, respectiv pe segmentul *curriculum de specialitate (CS):*

An de studiu	Clasa a IX-a		Clasa a X-a		Clasa a XI-a		Clasa a XII-a	
Tip segment curricular	TC	CS	TC	CS	TC	CS	TC	CS
Nr. săptămânal de ore	2	1	2	1	-	3	-	3

Aplicarea prezentei programe se realizează progresiv, începând cu anul școlar 2026-2027.

Programa școlară pentru disciplina *Matematică* în *filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*, concepe studiul matematicii ca pe un demers esențial pentru formarea competențelor necesare în înțelegerea fenomenelor naturale, în dezvoltarea gândirii științifice și în aplicarea metodelor matematice în contexte interdisciplinare. Această programă integrează atât componentele trunchiului comun, cât și pe cele specifice curriculumului de specialitate, pentru a oferi un traseu educațional solid și adecvat cerințelor profilului real.

Studiul matematicii în acest profil nu este doar o parte a culturii generale, ci reprezintă o componentă fundamentală în înțelegerea științelor naturii. Instrumentele matematice permit formularea, analiza și interpretarea modelelor din biologie, chimie, fizică sau științele mediului, sprijinind atât investigarea fenomenelor, cât și rezolvarea problemelor cotidiene.

Matematica funcționează ca limbaj universal de descriere a structurii, cantității, relațiilor funcționale și variațiilor, facilitând înțelegerea riguroasă a proceselor naturale. De asemenea, conceptualizarea matematică contribuie la dezvoltarea gândirii critice, a capacității de argumentare și a autonomiei în învățare.

Programa adaptată pentru *filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii* – integrează:
- abordări inductive și deductive: pornind de la situații concrete din științele naturii pentru a introduce concepte matematice, precum și utilizarea sistematică a acestora pentru a analiza fenomene reale;
- modelare matematică relevantă: construirea, verificarea și aplicarea modelelor matematice în contexte științifice, astfel încât elevii să recunoască rolul matematicii în investigarea și predicția fenomenelor naturale;
- conexiuni interdisciplinare: valorificarea legăturilor dintre matematică și disciplinele de specialitate (biologie, chimie, fizică), în vederea consolidării gândirii științifice;
- dezvoltarea competențelor superioare: analiza critică, flexibilitatea în rezolvarea de probleme, evaluarea plauzibilității soluțiilor și capacitatea de interpretare a rezultatelor în contexte cotidiene.

În această specializare, matematica nu este doar un instrument pentru toată viața, ci și un fundament pentru studiile ulterioare în domeniile științelor naturale și tehnice. Programa susține formarea unei gândiri riguroase, a autonomiei în învățare și a capacității de a utiliza constructiv conceptele matematice în contexte variate.

Demersul educațional pune accent pe: înțelegerea profundă a conceptelor și strategiilor, verificarea și argumentarea logică a rezultatelor, utilizarea matematicii pentru interpretarea fenomenelor naturale și deschiderea spre aprofundare pentru elevii motivați.

Prin parcurgerea programei de matematică la *filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*, elevul va fi capabil să: înțeleagă sensul calculelor și să evalueze plauzibilitatea rezultatelor, să folosească eficient instrumente matematice în explorarea și explicarea fenomenelor naturale, să aplice metode de modelare, analiză și argumentare în rezolvarea de probleme și își va forma o bază solidă de cunoștințe pentru continuarea studiilor în domeniile reale și științifice.

2. Cadrul legislativ

Prezenta programă școlară este elaborată în conformitate cu Legea învățământului preuniversitar nr. 198/2023, cu modificările și completările ulterioare și se raportează la principiile generale și finalitățile sistemului de educație definite de aceasta: formarea competențelor-cheie, centrarea pe elev, asigurarea calității învățării, echitatea și digitalizarea educației. De asemenea, programa respectă planurile-cadru pentru învățământul liceal, filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii, aprobate prin OMEC nr. 4350/2025, care stabilesc structura ariilor curriculare și numărul de ore alocat fiecărei discipline.
Elaborarea conținuturilor și a competențelor generale și specifice este fundamentată pe:

- Recomandarea Consiliului Uniunii Europene (2018) privind competențele-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții, în special competența matematică și cea de predare și învățare eficientă
- Cadrul european al calificărilor (EQF), care orientează formarea spre dobândirea competențelor transferabile și aplicabile în contexte profesionale variate
- Cadrul național al calificărilor (CNC) – pentru corelarea competențelor dobândite în liceu cu nivelul de formare profesională
- Strategia Națională pentru Educație 2023–2030, care promovează dezvoltarea gândirii critice, a competențelor digitale și a abilităților transversale
- Planul de acțiune al Consiliului UE privind competențele de bază, 2025
- Documente de referință internaționale relevante (rapoarte OECD, UNESCO, PISA), care evidențiază importanța formării competențelor matematice și a aplicării acestora în situații cotidiene
- Profilul absolventului de liceu, prevăzut în Curriculumul Național, care subliniază nevoia de formare a tinerilor capabili să învețe autonom, să gândească logic și să comunice clar.

Programa școlară asigură integrarea unor teme transversale prevăzute de Legea învățământului preuniversitar nr. 198/2023, susținând dezvoltarea competențelor elevilor în domenii precum: educația pentru mediu, educația pentru sănătate, educația financiară, gândirea critică (detectarea erorilor logice), securitate cibernetică (utilizarea avizată și responsabilă a instrumentelor digitale și a asistenței IA) și contribuind astfel la înțelegerea contextelor socio-economice și a dinamicii acestora (modelarea creșterii/descreșterii, interpretarea statistică a datelor etc.)

3. Continuitate și progresie curriculare - de la gimnaziu la liceu

În învățământul gimnazial, rezolvarea de probleme se realizează în contexte predefinite, cu cerințe explicite și cu accent pe identificarea datelor, aplicarea algoritmilor de bază și efectuarea de estimări care ancorează rezultatele în realitate. Elevii învață să recunoască relații matematice fundamentale, să utilizeze reprezentări simple și să aplice conceptele în situații uzuale, apropiate de experiența cotidiană.

La *filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*, această bază este aprofundată și extinsă, având în vedere specificul formării orientate spre domenii precum biologia, chimia, fizica și științele mediului. Programa de matematică sprijină dezvoltarea competențelor necesare în aceste domenii prin orientarea către:

- **situații-problemă deschise**, în care informațiile pot fi incomplete sau implicite;
- **construcția și utilizarea modelelor matematice** relevante pentru fenomene naturale;
- **reprezentări multiple (grafice, tabelare, funcționale)** care susțin interpretarea datelor experimentale;
- **analiză critică**, estimări și validarea rezultatelor în raport cu realități biologice, fizice sau chimice.

La nivelul liceal, elevii sunt încurajați să formuleze întrebări relevante despre un fenomen, să identifice variabilele și relațiile dintre acestea, să aleagă un nivel adecvat de exactitate și să justifice ipotezele făcute. Acest demers susține o înțelegere profundă a procesului științific, în care matematica devine un instrument esențial pentru descrierea, explicarea și prezicerea comportamentului sistemelor naturale.

Astfel, programa școlară de matematică pentru *filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii* consolidează deprinderi durabile necesare în studiul științelor experimentale:

- capacitatea de a reprezenta și interpreta date;

- utilizarea conștientă a conceptelor matematice de bază;
- formularea de raționamente riguroase;
- explicarea și argumentarea modelelor propuse;
- transferul cunoștințelor către situații noi, complexe sau interdisciplinare.

Prin aceste abordări, matematica contribuie în mod direct la formarea unui absolvent reflexiv (capabil să verifice plauzibilitatea rezultatelor), responsabil (capabil să ia decizii informate pe baza datelor) și comunicativ (capabil să explice și să argumenteze soluții și modele). Programa susține astfel autonomia învățării și deschide perspective pentru aprofundare în domeniile științelor naturii.

4. Repere reflexive și intradisciplinaritate. Puntea spre interdisciplinaritate

Programa școlară pentru *Matematică_TC+CS_științe_ale_naturii* se sprijină pe o rețea intradisciplinară de idei fundamentale, care se susțin reciproc și structurează parcursul de învățare la un nivel avansat, cu deschidere către domeniile STEM:

- **număr și calcul** – instrumente pentru estimare, control al plauzibilității, analiză numerică și pregătirea utilizării metodelor de calcul în contexte aplicate;
- **structură și relații** (logică matematică, mulțimi, relații, funcții) – limbajul formal necesar pentru descrierea și compararea obiectelor, construirea modelării și argumentării riguroase;
- **reprezentări multiple** (numerice, grafice, geometrice, algebrice, funcționale, algoritmice) – exersarea transferului între moduri de reprezentare, esențială pentru analizarea variației și pentru interpretarea modelelor matematice complexe;
- **spațiu și formă** (geometrie analitică, măsurare, reprezentări în coordonate carteziene) – înțelegerea relațiilor spațiale, a măsurărilor directe și indirecte și pregătirea pentru aplicații în modelarea 2D/3D, grafică și geometrie analitică în plan și în spațiu;
- **variație și schimbare** (funcții, pante, rate de schimbare, calcul diferențial și integral) – descrierea dependențelor între mărimi, interpretarea variației locale și globale, optimizare, determinarea ariilor și volumelor, modelarea proceselor continue și analizarea evoluțiilor în timp;
- **incertitudine și variabilitate** (statistică, probabilități) – repere pentru analizarea datelor, estimări, interpretarea distribuțiilor și luarea unor decizii fundamentate pe date;
- **educație financiară și modele economice elementare** – suport matematic pentru deciziile personale și pentru interpretarea situațiilor economice, incluzând rate de dobândă, optimizări și estimări pe baza variației și acumulării.

Coerența intradisciplinară este întreținută prin întrebările fundamentale *existență – unicitate – universalitate*, care ghidează raționamentul matematic și asigură generalizarea metodelor de lucru.

O parte importantă a gândirii critice constă în distingerea între variabile (ce se schimbă) și invarianți (ce rămâne constant), demers necesar în orice descriere științifică.

Conținuturile matematice specializate consolidează capacitatea elevului de a interpreta date experimentale, de a crea modele simplificate pentru fenomene naturale și de a realiza predicții cu un grad adecvat de rigoare.

Din perspectiva interdisciplinarității, programa integrează componente utile pentru sprijinirea învățării la: *fizică* (de exemplu, utilizarea funcțiilor și derivatelor în cinetică și mecanică)*, chimie* (de exemplu, aplicarea sistemelor liniare în reacții chimice, ecuații bilanț), *biologie* (de exemplu, analiza datelor variabile în timp în științele mediului), *geografie* (de exemplu, sistem de coordonate – reper cartezian, scale, reprezentări spațiale), *TIC* (de exemplu, tabele, grafice, prelucrări de date), *informatică* (de exemplu, structuri logice, gândire computațională, algoritmică, modelări) etc. Integrarea situațiilor interdisciplinare pune în relație diferite forme de cunoaștere și diferite forme de validare a acestora.

Lectura critică a datelor publice și a reprezentărilor grafice devine esențială pentru înțelegerea fenomenelor naturale și pentru formularea unor explicații contextualizate, riguroase și prudente. În special în științele naturii, unde seturile de date experimentale pot varia în timp, iar observațiile sunt influențate de condițiile de mediu, capacitatea de a interpreta corect grafice, tabele, modele și vizualizări digitale contribuie direct la formarea gândirii științifice.

Astfel, din perspectiva *filierei teoretice – profil real, specializarea științe ale naturii*, această programă urmărește:

- consolidarea coerenței prin instituirea explicită a analizei comportamentelor grafice ca practică transversală în interpretarea fenomenelor fizice, chimice, biologice sau geografice;

- integrarea reperelor reflexive (existență – unicitate – universalitate) în formularea modelelor științifice;
- definirea unui optim interdisciplinar în care matematica sprijină în mod natural investigarea experimentelor și proceselor din științele naturii;
- utilizarea instrumentelor digitale și a unui asistent IA pentru explorare, vizualizare și verificare, cu validare critică din partea elevului;
- dimensionarea încărcării curriculare în acord cu bugetul de ore și cu ritmul de lucru specific activităților științifice, astfel încât analiza, reflecția și interpretarea datelor să conducă la învățare durabilă și la transferul cunoștințelor în situații autentice.

5. Lectura programei școlare în vederea transpunerii în procesul de predare-învățare-evaluare

Programa școlară *Matematică_TC+CS_științe_ale_naturii* este calibrată pentru bugetul de trei ore/săptămână la fiecare dintre clasele a IX-a, a X-a, a XI-a și a XII-a, asigurând o rezervă de 25% din timpul alocat disciplinei, la dispoziția cadrului didactic pentru activități de recuperare, consolidare sau de progres.

Structura programei școlare include, pe lângă *Nota de prezentare*, următoarele elemente:

- Competențe generale
- Competențe specifice și exemple de activități de învățare
- Conținuturi
- Sugestii metodologice

Competențele generale vizate la nivelul disciplinei *Matematică* integrează achizițiile de cunoaștere și de comportament așteptate. Acestea sunt comune programelor școlare de matematică pentru gimnaziu și pentru liceu, subliniind orientarea generală a procesului educațional la matematică.

Competențele specifice sunt competențe derivate din competențele generale și reprezintă etape măsurabile în formarea și dezvoltarea acestora.

Pentru formarea și dezvoltarea competențelor specifice, în programă sunt propuse *exemple de activități de învățare,* care valorifică experiența concretă a elevului și care definesc contexte de învățare variate. Exemplele de activități de învățare reflectă și valorifică elemente specifice domeniului cunoașterii științifice: observare, experiment, modelare, argumentare logică, analiză comparativă, formulare de concluzii etc.

Programa școlară *Matematică_TC+CS_științe_ale_naturii* propune exemple de activități de învățare, pe care profesorul poate să le modifice, să le completeze sau să le înlocuiască cu altele adecvate clasei de elevi. Devine astfel posibil să se realizeze un demers didactic personalizat, care să asigure formarea/dezvoltarea competențelor prevăzute de programă, în contextul specific al fiecărei clase de elevi. Se propun raționamente și strategii care să consolideze exprimarea și argumentarea matematică, evitând formalismul excesiv.

Conținuturile reprezintă decupaje didactice ale unor domenii ale matematicii, relevante pentru descrierea lumii înconjurătoare, structurate și abordate în această programă astfel încât să fie accesibile elevilor. Ele sunt mijloace informaționale adecvate formării și dezvoltării competențelor specifice. Conținuturile sunt selectate pe baza principiului continuității și al coerenței și sunt interconectate, astfel încât, după parcurgerea lor integrală, elevul să fie capabil să realizeze conexiuni între idei, texte cu conținut matematic, reprezentări vizuale și formule, în scopul rezolvării unor probleme diverse, de natură teoretică sau practic-aplicativă.

Sugestiile metodologice reprezintă o componentă a programei școlare care propune modalități și mijloace pentru realizarea demersului didactic, punând accent pe învățarea bazată pe investigare, argumentare și validare, în vederea dezvoltării gândirii critice și a autonomiei intelectuale.

Astfel, programa școlară *Matematică_TC+CS_științe_ale_naturii* oferă un cadru clar de utilizare: competențele generale stabilesc direcția de învățare; competențele specifice, ordonate pe ani de studiu, precizează pașii de progres; domeniile de conținut indică terenul pe care aceste competențe sunt exersate; exemplele de activități de învățare arată cum se poate genera învățarea, iar asocierea standardelor naționale de evaluare cu programa școlară de matematică asigură calibrarea și comparabilitatea rezultatelor așteptate.

Programa recomandă, cu caracter imperativ, utilizarea instrumentelor digitale, precum și folosirea unui asistent de tip inteligență artificială (IA) pentru explorare și verificare, cu condiția ca elevul să realizeze validarea critică a soluției propuse și să poată explica limitele acesteia.

În consecință, prin intermediul programei școlare *Matematică_TC+CS_științe_ale_naturii*, elevilor care urmează profilul real, specializarea științe ale naturii, li se oferă oportunitatea formării unui set de deprinderi durabile, necesare în domeniile avansate ale științei și tehnologiei: reprezentarea corectă și eficientă a situațiilor, utilizarea conștientă a conceptelor fundamentale, analizarea și argumentarea riguroasă, modelarea

în contexte autentice și verificarea coerentă a rezultatelor. Aceste deprinderi susțin învățarea autonomă, capacitatea de investigare și adaptarea flexibilă la probleme noi, consolidând atribute esențiale ale absolventului de profil: reflexivitate (prin controlul plauzibilității și evaluarea critică a soluțiilor), responsabilitate (prin decizia informată și contextualizată), comunicare riguroasă (prin argumentarea clară și structurată a demersului matematic și a soluțiilor obținute), capacitate de analiză și sinteză (prin extragerea caracteristicilor și modelarea matematică a unei situații date și prin integrarea achizițiilor din diferite domenii), ceea ce asigură relevanța în formarea competențelor necesare integrării în societate.

COMPETENȚE GENERALE (CG)

CG.1	**Identificarea** unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
CG.2	**Prelucrarea** unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
CG.3	**Utilizarea** conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
CG.4	**Exprimarea** în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
CG.5	**Analizarea** caracteristicilor matematice ale unei situații date
CG.6	**Modelarea** matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

CLASA a IX-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS) ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

IX.CS.1.1. Identificarea caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în diverse contexte
- *Recunoașterea tipului de număr real (natural, întreg, rațional, irațional) corespunzător unei mărimi date* - *Identificarea părții întregi și a părții fracționare a unui număr real* - *Recunoașterea modulului unui număr ca distanță până la origine*
IX.CS.1.2. Identificarea propozițiilor elementare din care este alcătuit un enunț matematic
- *Identificarea propozițiilor simple care formează un enunț dat* - *Precizarea valorii de adevăr a propozițiilor simple dintr-un enunț dat* - *Identificarea conjuncției sau a disjuncției („și” ori „sau”) a două propoziții dintr-un enunț dat*
IX.CS.1.3. Identificarea elementelor caracteristice ale unui polinom
- *Identificarea termenilor, coeficienților și gradului unui polinom dat* - *Identificarea unor termeni ai unui polinom, care verifică anumite condiții date* - *Identificarea rădăcinilor întregi sau raționale ale unui polinom cu coeficienți întregi*
IX.CS.1.4. Identificarea elementelor specifice progresiilor în contexte variate
- *Identificarea regulii de formare a unui șir dat prin enumerarea unor termeni consecutivi* - *Recunoașterea unui șir descris prin enumerarea unui număr de termeni ca fiind o progresie aritmetică sau geometrică* - *Identificarea rației unei progresii date prin enumerarea unor termeni consecutivi, eventual în contexte cotidiene*
IX.CS.1.5. Identificarea datelor și a relațiilor care apar în configurații geometrice date
- *Identificarea elementelor unui reper cartezian (origine, axe, cadrane)* - *Reprezentarea punctelor de coordonate date într-un reper cartezian* - *Identificarea unor distanțe și a unor unghiuri în configurații geometrice date, în reper cartezian*
IX.CS.1.6. Identificarea unor proprietăți ale funcțiilor, pe baza reprezentării grafice a acestora
- *Recunoașterea domeniului de definiție și a mulțimii valorilor unei funcții pe reprezentări grafice date* - *Identificarea coordonatelor punctelor de intersecție cu axele de coordonate ale unor reprezentări grafice date* - *Identificarea intervalelor pe care o funcție păstrează semn constant pe reprezentări grafice date*
IX.CS.1.7. Identificarea punctelor asociate unor măsuri în radiani pe cercul trigonometric și pe graficele funcțiilor trigonometrice
- *Identificarea legăturilor dintre coordonatele unghiulare, coordonatele metrice și coordonatele carteziene pe cercul trigonometric* - *Identificarea valorilor funcțiilor sinus, cosinus și tangentă pentru unghiurile particulare (0°, 30°, 45°, 60°, 90° etc.), utilizând proprietăți geometrice în cercul trigonometric* - *Reprezentarea graficelor funcțiilor sinus, cosinus, tangentă, pe intervalul $[0,2\pi]$, utilizând instrumentele digitale*

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

IX.CS.2.1. Prelucrarea unor date numerice din contexte matematice și/sau cotidiene
- *Reprezentarea pe axă a numerelor reale obținute dintr-o problemă sau dintr-un context dat, după simplificarea prealabilă a expresiilor cu ajutorul formulelor de calcul prescurtat* - *Ordonarea numerelor reale, utilizând eventual partea întreagă sau alte aproximări ale acestora*

- *Reprezentarea pe axa reală a unor date numerice provenite din contexte cotidiene (măsurători, tabele, grafice, texte științifice)*
IX.CS.2.2. Aplicarea relațiilor logice pentru prelucrarea datelor matematice folosind propoziții și cuantificatori
- *Stabilirea valorii de adevăr a unei propoziții obținute prin înlocuirea variabilei/variabilelor unui predicat cu un element/ mai multe elemente din domeniul de definiție* - *Asocierea operatorilor logici adecvați (și/sau/non/implică/echivalent) unui enunț matematic* - *Negarea unui enunț format din două propoziții legate printr-un operator logic*
IX.CS.2.3. Aplicarea unor reguli de calcul cu polinoame
- *Efectuarea de calcule cu polinoame scrise în formă algebrică (adunarea și înmulțirea a două polinoame, înmulțirea unui polinom cu un scalar)* - *Determinarea valorii unui polinom pentru o valoare numerică dată* - *Stabilirea dacă un număr real este rădăcină a unui polinom*
IX.CS.2.4. Efectuarea de calcule pentru determinarea elementelor progresiilor aritmetice sau geometrice, utilizând formule specifice
- *Determinarea rației unor progresii ce descriu fenomene/contexte din viața cotidiană* - *Determinarea formulei termenului general al șirurilor descrise* - *Precizarea elementelor caracteristice ale șirurilor/progresiilor descrise (rația, formula termenului general)*
IX.CS.2.5. Utilizarea datelor matematice de tip cantitativ, calitativ și structural dintr-o configurație geometrică
- *Utilizarea unor instrumente digitale (de exemplu, GeoGebra, Desmos) pentru reprezentarea grafică a unor obiecte matematice (puncte, drepte, segmente de dreaptă, unghiuri, cercuri)* - *Determinarea pantei unei drepte, într-o configurație geometrică dată* - *Reprezentarea unei drepte și/sau unui cerc, utilizând instrumente digitale (de exemplu, GeoGebra, Desmos)*
IX.CS.2.6. Descrierea unor proprietăți ale unei funcții, utilizând reprezentarea grafică a acesteia
- *Extragerea, dintr-o reprezentare grafică dată, a unor informații legate de intervalele de monotonie a unei funcții* - *Determinarea numărului de soluții ale ecuației* $f(x)=0$ *în reprezentări grafice date* - *Extragerea, dintr-o reprezentare grafică dată, a unor informații legate de intervalele de convexitate sau concavitate a unei funcții*
IX.CS.2.7. Stabilirea unor caracteristici calitative/cantitative folosind funcții trigonometrice
- *Deducerea formulei fundamentale a trigonometriei, cercul trigonometric* - *Stabilirea semnului funcțiilor trigonometrice pentru un număr din intervalul* $[0,2\pi]$ - *Determinarea unor valori ale funcțiilor trigonometrice utilizând formulele trigonometrice de bază*

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

IX.CS.3.1. Utilizarea algoritmilor specifici și a proprietăților operațiilor cu numere reale extrase din diverse contexte
- *Aplicarea algoritmilor de calcul pentru operații cu numere reale, în exerciții și probleme din contexte variate* - *Calcularea unor expresii numerice care conțin modulele unor numere reale* - *Aplicarea formulelor de calcul prescurtat* $a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$, $a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$ *pentru efectuarea de calcule în expresii numerice provenite din contexte matematice, pentru a facilita compararea sau ordonarea numerelor reale*
IX.CS.3.2. Utilizarea logicii matematice în formularea de propoziții și verificarea raționamentelor
- *Verificarea corectitudinii unui raționament matematic cu ajutorul echivalențelor logice* - *Aplicarea regulilor de utilizare a cuantificatorilor și de negare pentru a demonstra sau contrazice o proprietate matematică, prin exemple și contraexemple* - *Stabilirea valorii de adevăr a propoziției obținute prin utilizarea unui cuantificator într-un predicat dat*

IX.CS.3.3. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea calculelor cu polinoame
- *Determinarea câtului și restului împărțirii a două polinoame, utilizând algoritmul împărțirii cu rest* - *Determinarea restului împărțirii unui polinom f la polinomul $X-a$, utilizând teorema lui Bézout* - *Utilizarea schemei lui Horner pentru determinarea valorii unui polinom pentru un număr real*
IX.CS.3.4. Utilizarea formulelor matematice pentru determinarea unor termeni și a sumelor unor termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice sau geometrice
- *Utilizarea formulelor pentru termenul general al unei progresii, pornind de la exemple numerice în diverse contexte matematice* - *Determinarea unor termeni de rang dat ai unei progresii aritmetice sau geometrice, ce descrie o situație din viața cotidiană* - *Determinarea sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice sau geometrice*
IX.CS.3.5. Aplicarea formulelor și a algoritmilor de bază ai geometriei analitice pentru a rezolva probleme teoretice și practice
- *Determinarea ecuației unei drepte care trece prin două puncte distincte și a ecuației unui cerc de centru și rază date* - *Determinarea pantei unei dreptei (ca raport) și a ecuației unei drepte determinate de un punct, a cărei pantă este dată* - *Verificarea coliniarității a trei puncte date utilizând ecuația unei drepte*
IX.CS.3.6 Utilizarea aplicațiilor digitale pentru reprezentarea grafică a unor funcții în vederea extragerii unor informații referitoare la valori relevante ale acestora
- *Construirea graficelor unor funcții cu ajutorul instrumentelor digitale* - *Suprapunerea graficelor funcțiilor observând translația verticală/orizontală* - *Determinarea soluțiilor/numărului de soluții ale ecuației $f(x)=m$, $m\in\mathbb{R}$, folosind reprezentarea grafică a funcției*
IX.CS.3.7 Aplicarea formulelor trigonometrice de bază în rezolvarea problemelor
- *Determinarea unei funcții trigonometrice a unui unghi al unui triunghi sau a măsurii unghiului când se cunosc lungimile laturilor triunghiului* - *Utilizarea formulelor $\sin(\pi-x)=\sin x$, $\sin(\pi+x)=-\sin x$, $\sin(2\pi-x)=-\sin x$ pentru calcularea valorilor funcțiilor trigonometrice ale unor arce* - *Utilizarea formulelor $\cos(\pi-x)=-\cos x$, $\cos(\pi+x)=-\cos x$, $\cos(2\pi-x)=\cos x$ pentru calcularea valorilor funcțiilor trigonometrice ale unor arce*

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

IX.CS.4.1. Folosirea limbajului și a simbolurilor matematice pentru formularea relațiilor și a pașilor de rezolvare în contextul numerelor reale
- *Formularea, în limbaj matematic, a relațiilor dintre numere reale, utilizând simbolurile relației de ordine* - *Transpunerea în limbaj matematic (forme de scriere, simboluri, notații) a demersului de comparare/ aproximare a unor numere reale, în contexte date* - *Redactarea, utilizând limbajul specific, a etapelor de rezolvare a exercițiilor și problemelor care implică formule de calcul prescurtat, modulul, partea întreagă și partea fracționară a unui număr real*
IX.CS.4.2. Exprimarea raționamentelor matematice în limbaj specific logicii matematice (propoziții/predicate, operații, cuantificatori)
- *Transcrierea enunțurilor din limbaj uzual în limbaj matematic, folosind propoziții și cuantificatori* - *Identificarea propozițiilor simple care alcătuiesc un raționament și a legăturilor dintre ele* - *Formularea concluziilor logice pornind de la premisele date într-un enunț sau problemă matematică*
IX.CS.4.3. Utilizarea limbajului specific polinoamelor în redactarea demersului de rezolvare a problemelor în care intervin acestea
- *Utilizarea terminologiei specifice noțiunii de polinom și a operațiilor cu polinoame în descrierea/redactarea etapelor de rezolvare a unui exercițiu* - *Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete care se pot descrie utilizând polinoame*

- *Argumentarea demersului de rezolvare a unei probleme în care intervin polinoame, validând soluțiile prin probă*
IX.CS.4.4. Transpunerea în limbaj specific a unor situații cotidiene care conduc la progresii aritmetice sau geometrice
- *Exprimarea cantitativă a unei situații cotidiene care corespunde unei creșteri sau descreșteri cu o constantă (de exemplu, creșterea anuală a economiilor personale dacă lunar punem deoparte aceeași sumă de bani)* - *Exprimarea cantitativă a unei situații cotidiene care corespunde unei creșteri sau descreșteri de un anumit număr de ori (de exemplu, intensitatea unei surse de lumină scade la jumătate la fiecare metru depărtare)* - *Transpunerea în limbaj matematic a unei situații din viața cotidiană (de exemplu, un depozit bancar cu dobândă compusă)*
IX.CS.4.5. Utilizarea limbajului specific în redactarea demersului de rezolvare a problemelor de geometrie analitică
- *Utilizarea terminologiei specifice geometriei analitice în descrierea modului de rezolvare a unei probleme* - *Exprimarea unor informații date în contexte practice prin reprezentarea într-un reper cartezian convenabil ales* - *Exprimarea în limbaj specific a condițiilor de coliniaritate a 3 puncte sau a apartenenței unui punct la o dreaptă*
IX.CS.4.6. Transpunerea în limbaj matematic a informațiilor obținute din compararea unor grafice de funcții
- *Compararea reprezentărilor grafice ale diferitelor funcții obținute prin operații algebrice (adunare, scădere, înmulțire, împărțire)* - *Exprimarea în limbaj matematic a informațiilor privind modificarea unui grafic/unor grafice prin efectuarea de operații algebrice cu funcțiile inițiale* - *Estimarea modificărilor de formă și de poziție ale graficului unei funcții/graficelor unor funcții, în urma aplicării operațiilor algebrice*
IX.CS.4.7. Exprimarea în limbajul trigonometriei a datelor și relațiilor din configurații geometrice, în contexte variate
- *Determinarea naturii unui triunghi într-o configurație geometrică dată, folosind relații metrice* - *Exprimarea laturilor și unghiurilor unui triunghi în funcție de elementele cunoscute ale triunghiului* - *Determinarea unor lungimi de segmente în configurații geometrice extrase din contexte practice (de exemplu, măsurători indirecte, distanțe, înălțimi etc.)* - *Exprimarea, cu ajutorul trigonometriei, a unor informații referitoare la unghiuri, în configurații geometrice extrase din contexte practice*

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

IX.CS.5.1. Interpretarea proprietăților numerelor reale în situații date
- *Interpretarea distanței dintre două puncte pe axa reală ca modulul diferenței celor două numere reale asociate* - *Analizarea reprezentării geometrice a modulului și/sau a părții întregi a unor numere reale pentru rezolvarea unor probleme* - *Rezolvarea de probleme practice care implică proprietăți ale operațiilor și ordinii numerelor reale*
IX.CS.5.2. Analizarea relațiilor logice dintre componentele unui enunț matematic asociat unei situații date
- *Descompunerea în propoziții și predicate simple a unor enunțuri ce descriu diferite contexte matematice sau practice* - *Analizarea relațiilor logice dintre elementele unui enunț matematic prin operații cu predicate* - *Analizarea validității unei propoziții matematice prin aplicarea principiului inducției matematice și/sau a raționamentului prin reducere la absurd*
IX.CS.5.3. Analizarea metodelor de rezolvare a unor probleme în studiul polinoamelor
- *Analizarea unor metode alternative de rezolvare a problemelor cu polinoame* - *Utilizarea de softuri matematice pentru determinarea unor polinoame care îndeplinesc condiții date* - *Optimizarea rezolvării de probleme prin utilizarea softurilor matematice pentru reprezentarea*

geometrică a graficului funcției polinomiale atașate unui polinom
IX.CS.5.4. Analizarea unei situații cotidiene descrise printr-o progresie aritmetică sau geometrică
- *Analizarea modului în care schimbarea unui element (primul termen, rația sau numărul de termeni) modifică valorile unei progresii aritmetice sau geometrice* - *Analizarea unei caracteristici numerice, la un moment dat, a unui fenomen a cărui variație în timp corespunde unei progresii (de exemplu, evoluția economiilor personale, deprecierea anuală a valorii unui echipament tehnologic)* - *Analizarea efectului modificării unor parametri ai unui fenomen descris numeric de o progresie*
IX.CS.5.5. Analizarea pozițiilor relative a dreptelor și/sau cercurilor, interpretând semnificația acestora în contexte practice
- *Analizarea pozițiilor relative a două drepte, ale unei drepte față de axele de coordonate, ale unei drepte față de un cerc* - *Utilizarea condițiilor de perpendicularitate și paralelism a două drepte* - *Utilizarea softurilor matematice (de exemplu, GeoGebra) pentru a investiga modificarea pozițiilor relative ale dreptelor și cercurilor atunci când se schimbă parametrii ecuațiilor acestora*
IX.CS.5.6. Analizarea proprietăților unei funcții prin corelarea informațiilor desprinse din diferite reprezentări/descrieri ale acesteia
- *Analizarea comportamentului unor funcții pentru valori foarte mari sau foarte mici ale variabilei sau a comportamentului asimptotic al unor funcții* - *Interpretarea soluțiilor unor ecuații sau inecuații asociate unor funcții, utilizând reprezentări grafice date* - *Interpretarea coordonatelor unui punct de intersecție a două reprezentări grafice ca soluție a unei ecuații sau a unui sistem de ecuații*
IX.CS.5.7. Analizarea modului optim de determinare a ariilor unor figuri geometrice folosind formule trigonometrice
- *Analizarea unor situații practice care implică măsurători de unghiuri și distanțe (de exemplu, din astronomie, navigații, construcții etc.)* - *Aplicarea metodei optime pentru determinarea lungimii razei cercului circumscris unui triunghi când se cunosc anumite elemente ale triunghiului, utilizând aplicații digitale pentru verificare* - *Determinarea ariilor unor figuri geometrice care pot fi descompuse în triunghiuri, în contexte practice (terenuri, panouri, acoperișuri etc.)* - *Compararea metodelor de calcul al ariei unei figuri geometrice cu și fără elemente de trigonometrie*

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

IX.CS.6.1. Modelarea unor situații concrete utilizând proprietăți ale numerelor reale
- *Transpunerea unor situații din alte domenii (științe, economie, statistică) în limbaj matematic folosind numere reale și proprietățile lor* - *Modelarea matematică a unui fenomen din viața cotidiană (de exemplu, modelarea variației temperaturii zilnice sau a valorilor pH-ului etc.), folosind intervale de numere reale* - *Formularea de concluzii în situații practice, legate de modulul unui număr real, partea întreagă, partea fracționară, utilizând reprezentări grafice* - *Modelarea erorilor de măsurare, exprimând rezultatele prin valori aproximative cu un număr semnificativ de zecimale*
IX.CS.6.2. Modelarea unei situații date utilizând elemente de logică matematică
- *Modelarea unei situații practice, folosind propoziții și predicate* - *Modelarea unei situații date, formulând o conjectură și verificând-o prin inducție matematică* - *Formularea concluziilor în contexte date, utilizând cuantificatori și/sau negația unor propoziții cu cuantificatori*
IX.CS.6.3. Modelarea matematică a unor probleme practice utilizând polinoame, în context intra și interdisciplinar (fizică, chimie, biologie)
- *Formularea unor probleme pe baza schemelor sau regulilor date în vederea rezolvării acestora utilizând algoritmi specifici polinoamelor* - *Analizarea unor seturi de date dintr-un context dat, în vederea modelării prin intermediul polinoamelor*

- *Interpretarea unor fenomene practice descrise cu ajutorul polinoamelor*
IX.CS.6.4. Modelarea matematică a unor situații cotidiene utilizând progresii
- *Determinarea impactului schimbării unui element/caracteristică a unui fenomen descris printr-o progresie (de exemplu, schimbarea sumei economisite lunar, schimbarea dobânzii compuse a unui depozit bancar)* - *Valorificarea concluziilor obținute prin modelarea unor fenomene cu ajutorul progresiilor, pentru optimizarea unor procese (de exemplu, scăderea constantă a rebuturilor, multiplicarea bacteriilor)* - *Modelarea prin progresii a unor fenomene a căror descriere în timp prezintă un anumit tip de regularitate (de exemplu, înmulțirea unei bacterii, soldul unui depozit bancar cu dobândă simplă/compusă)*
IX.CS.6.5. Modelarea matematică a unor experimente din domeniul științelor naturii (biologie, fizică, chimie), utilizând elemente de geometrie analitică
- *Modelarea în limbajul geometriei analitice a unor situații practice în care se modifică panta și ecuația unei drepte în funcție de parametrii experimentali, utilizând softuri matematice* - *Interpretarea rezultatelor obținute prin rezolvarea unor probleme practice, care utilizează reprezentări geometrice raportate la un reper cartezian* - *Modelarea unor situații practice întâlnite în domeniul științelor naturii (biologie, fizică, chimie), utilizând elemente de geometrie analitică*
IX.CS.6.6. Modelarea prin intermediul funcțiilor a unor fenomene/contexte din viața cotidiană
- *Argumentarea unor predicții, utilizând proprietăți ale unor funcții ce modelează fenomene din diferite domenii (economice, fizice, tehnice etc.)* - *Interpretarea reprezentării grafice a unei funcții exponențiale ca model de creștere a populației sau a investițiilor* - *Analizarea diferenței dintre creșterea liniară și cea exponențială* - *Interpretarea reprezentării grafice a funcției logaritmice pentru a explica scările logaritmice (de exemplu, scara Richter, scara decibelilor)*
IX.CS.6.7. Modelarea matematică a unor situații practice care implică concepte trigonometrice
- *Modelarea matematică a unor situații practice în care se cer distanțe (sau înălțimi) folosind funcțiile trigonometrice* - *Construirea unui model geometric care descrie mișcarea circulară (de exemplu, roata unei biciclete, mișcarea pendulului), identificând rolul funcțiilor sinus și cosinus* - *Construirea unui model geometric folosit în situații practice din arhitectură sau navigație, utilizând elemente de trigonometrie sau geometrie plană*

CLASA a IX-a

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	**1. Mulțimea numerelor reale** • Structura algebrică: operații algebrice cu numere reale, proprietăți; formule de calcul prescurtat: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$, $a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$; raționalizarea numitorilor de forma $a \pm \sqrt{b}$, $b > 0$; modulul unui număr real • Structura de ordine: compararea și ordonarea numerelor reale; aproximări prin lipsă sau prin adaos; partea întreagă și partea fracționară a unui număr real
	2. Elemente de logică matematică • Propoziții și predicate; operații: negația, conjuncția, disjuncția, implicația, echivalența; cuantificatori; reguli de negare • Metode de raționament: metoda reducerii la absurd; metoda inducției matematice ***Notă*** *Calculul propozițional se va ilustra cu exemple concrete simple: și = intersecție/sistem de relații, sau = reuniune/ansamblu de cazuri, non (A și B) = non A sau non B, non (A sau B) = non A și non B, există = cel puțin un element convine etc.*
	3. Polinoame cu coeficienți reali • Forma algebrică a unui polinom, operații cu polinoame: adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar • Teorema împărțirii cu rest; algoritmul de împărțire a polinoamelor; împărțirea cu $X - a$, schema lui Horner; divizibilitatea polinoamelor: definiție • Rădăcini reale ale polinoamelor; teorema lui Bézout
	4. Progresii aritmetice și progresii geometrice • Dobânda simplă. Progresii aritmetice; determinarea termenului general al unei progresii aritmetice; suma primilor *n* termeni ai unei progresii aritmetice • Dobânda compusă. Progresii geometrice; determinarea termenului general al unei progresii geometrice; suma primilor *n* termeni ai unei progresii geometrice ***Notă*** *Progresiile vor fi abordate și în contexte practice: prețuri, dobânzi, dinamica populației, modelarea unor fenomene din biologie, chimie etc.*
Geometrie	**5. Geometrie analitică** • Reper cartezian în plan; coordonatele carteziene ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan, coordonatele mijlocului unui segment • Panta unei drepte (ca raport) • Ecuația dreptei care trece printr-un punct dat și are panta dată, ecuația dreptei care trece prin două puncte; intersecțiile dreptei cu axele de coordonate • Pozițiile relative ale unei drepte față de axele de coordonate; pozițiile relative a două drepte • Ecuația cercului

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	**6. Funcții - observarea unor proprietăți ale funcțiilor utilizând lecturi grafice** • Funcția afină • Funcția de gradul al doilea • Funcții obținute prin operații de înmulțire și/sau de împărțire, compunere cu funcții afine și funcții de gradul al doilea • Funcția putere cu exponent întreg • Funcția radical de ordin 2 și ordin 3 • Funcția exponențială (numărul irațional e) • Funcția logaritmică (logaritmi, logaritm natural, logaritm zecimal) ***Notă*** *Pentru fiecare funcție se vor evidenția grafic: intersecțiile cu axele de coordonate, interpretarea geometrică a proprietăților (monotonie, puncte de extrem, mulțimea valorilor funcției, soluțiile ecuațiilor f(x)=m și f(x)=g(x)); comportament asimptotic, creștere exponențială, scări logaritmice; exemplificări în contexte practice. Observarea proprietăților funcțiilor se va face pe baza reprezentărilor grafice obținute cu ajutorul unor instrumente digitale (Geogebra, Desmos etc.) sau furnizate în format tipărit.*
Geometrie. Trigonometrie	**7. Elemente de trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie** Cercul trigonometric: studiul funcțiilor sinus și cosinus pe intervalul $[0,2\pi]$, studiul funcției tangentă pe intervalul $[0,2\pi]-\left\{\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right\}$; deducerea valorilor funcțiilor trigonometrice pentru valori particulare $0,\ \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{2},\ \pi,\ \frac{3\pi}{2},\ 2\pi$ Formule trigonometrice de bază: $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, $\sin(\pi-x)=\sin x$, $\sin(\pi+x)=-\sin x$, $\sin(2\pi-x)=-\sin x$, $\cos(\pi-x)=-\cos x$, $\cos(\pi+x)=-\cos x$, $\cos(2\pi-x)=\cos x$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$, $\operatorname{tg}(\pi+x)=\operatorname{tg} x$, $\operatorname{tg}(\pi-x)=-\operatorname{tg} x$ ***Notă*** *Toate formulele vor fi argumentate utilizând cercul trigonometric.* Teorema cosinusului Teorema sinusurilor Rezolvarea triunghiurilor oarecare Aria triunghiului; ariile unor suprafețe poligonale ***Notă*** *În aplicațiile trigonometriei în geometrie, valorile funcțiilor trigonometrice se pot obține din tabele, ori cu mijloace digitale.*

CLASA a X-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS) ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

X.CS.1.1. Identificarea unor date relevante pentru probleme de numărare, în diverse contexte, recunoscând tipul de structură combinatorică necesară pentru rezolvare
- *Identificarea informațiilor matematice relevante în diverse contexte practice de numărare (de exemplu, identificarea din diagrama arborescentă, a tuturor numerelor de 2 cifre care pot fi formate cu cifrele 3, 6, 7 - cu sau fără repetiție)* - *Identificarea, în datele unei probleme de numărare, a unor condiții care determină utilizarea combinărilor sau aranjamentelor pentru determinarea soluției unor exemple cotidiene (de exemplu, organizarea bibliotecii: calcularea numărului de moduri de a aranja 8 cărți pe un raft, apoi doar 5 din aceste cărți)* - *Recunoașterea unor contexte matematice în care se pot utiliza anumite tipuri de scheme de numărare: diagrame arborescente, permutări (de exemplu, determinarea posibilităților de parcare a 4 autoturisme într-o parcare cu 6 locuri)*
X.CS.1.2. Recunoașterea unor date de tip statistic sau probabilistic în situații concrete
- *Recunoașterea datelor statistice (variabila studiată, tipul diagramei, unitatea de măsură) și a unor relații între ele, în diferite surse informaționale* - *Recunoașterea unor date de tip probabilistic în probleme/situații practice* - *Lectura unor reprezentări grafice ale unor date din sondaje prezentate în media*
X.CS.1.3. Identificarea unor funcții și a unor proprietăți ale funcțiilor, în diferite reprezentări și contexte
- *Identificarea unor proprietăți ale funcțiilor studiate, utilizând reprezentările grafice ale acestora obținute ajutorul unor instrumente digitale (de exemplu, GeoGebra)* - *Identificarea unor numerele reale care sunt valori ale funcțiilor studiate (de exemplu, puteri, radicali, logaritmi)* - *Identificarea unor elemente ale unei funcții (domeniu de definiție, mulțimea valorilor, intersecțiile cu axele) pe reprezentări grafice date*
X.CS.1.4. Identificarea unor caracteristici ale numerelor complexe în diverse contexte
- *Recunoașterea unui număr complex în forma sa algebrică în contextul unor probleme matematice* - *Identificarea mulțimii numerelor complexe și a relațiilor dintre mulțimile de numere și mulțimea numerelor complexe* $\left(i^2=-1\right)$ - *Identificarea unor caracteristici ale numerelor complexe: partea reală, partea imaginară, modulul*

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

X.CS.2.1. Prelucrarea unor date matematice din diverse surse informaționale (texte, tabele, diagrame, grafice), referitoare la probleme/contexte de numărare
- *Construirea diagramelor arborescente pentru permutări și aranjamente deduse din exemple cotidiene (de exemplu, în câte moduri putem alege un plic și un timbru pentru a trimite o scrisoare, știind că avem la dispoziție 7 plicuri și 4 timbre; crearea de parole de 6 caractere folosind un alfabet dat, analizând cazurile cu și fără repetare; aranjarea a 7 ore de curs în 5 intervale orare diferite într-o zi de școală etc.)* - *Prelucrarea unor expresii algebrice cu ajutorul binomului lui Newton, pentru a determina un coeficient al unui termen dintr-o dezvoltare* - *Determinarea unor termeni de rang dat dintr-o dezvoltare a unui binom la o putere*
X.CS.2.2. Prelucrarea primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul aplicațiilor digitale, a graficelor și diagramelor

- *Organizarea unor date statistice (de exemplu, în tabele de frecvențe/frecvențe cumulate), în vederea introducerii lor într-o aplicație digitală (Excel, Google Sheets, GeoGebra, Desmos, Canva etc.)* - *Utilizarea instrumentelor digitale (de exemplu, aplicații de tip Google Forms) pentru colectarea unor date în vederea realizării unor sondaje la nivel de clasă* - *Extragerea unor informații/relații între acestea din reprezentări grafice generate cu instrumente digitale, ale unor date statistice*
X.CS.2.3. Extragerea de date matematice de tip cantitativ, calitativ și structural din diverse reprezentări ale unei funcții generate de o situație practică dată
- *Determinarea domeniului de definiție al unei funcții generate de o situație practică dată, folosind diferite metode: grafică, numerică sau algebrică* - *Preluarea/extragerea unor informații din lectură grafică și/sau analitică a funcțiilor studiate pentru a descrie proprietățile acestora (mărginire, monotonie; simetria graficului față de drepte, simetria graficului față de un punct; periodicitate)* - *Verificarea corectitudinii concluziilor obținute din calcule algebrice efectuate pentru determinarea proprietăților unei funcții generate de o situație practică dată (mărginire, monotonie; simetria graficului față de drepte, simetria graficului față de un punct; periodicitate) utilizând reprezentarea grafică realizată cu ajutorul unor softuri matematice (de exemplu, GeoGebra)*
X.CS.2.4. Efectuarea operațiilor cu numere complexe, în contexte variate
- *Utilizarea unor tehnici privind calculul cu numerele complexe (de exemplu, condiția ca un număr complex să fie real, condiția ca un număr complex să fie pur imaginar)* - *Scrierea formei algebrice pentru un număr complex în anumite probleme de matematică (de exemplu, înlocuirea cu $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ și/sau a conjugatului acestuia)* - *Utilizarea operațiilor de calcul cu numere complexe (de exemplu, adunarea, înmulțirea, raportul)*

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

X.CS.3.1. Utilizarea formulelor combinatoriale și a metodelor de numărare pentru rezolvarea unor probleme în contexte practice
- *Calcularea numărului de posibilități, folosind regula produsului (de exemplu, câte perechi formate dintr-o fată și un băiat se pot forma într-o clasă cu 26 de elevi, din care 12 fete)* - *Rezolvarea unor probleme în contexte practice, folosind diagrame arborescente, permutări, aranjamente sau combinări (de exemplu, aflarea numărului de diagonale ale unui octogon, stabilirea numărului de partide de șah la un turneu la care participă 20 de șahiști, fiecare jucând o singură partidă cu ceilalți participanți)* - *Determinarea variantelor posibile pentru diferite tipuri de structuri matematice sau practice (de exemplu, determinarea numărului de meniuri diferite, formate din aperitiv, fel principal și desert știind că avem la dispoziție 3 tipuri de aperitiv, 4 tipuri de fel principal și 6 tipuri de desert, numărul de colorări ale unei rețele de pătrate folosind culorile roșu și albastru etc.)*
X.CS.3.2. Utilizarea unor algoritmi specifici calculului statistic sau ai probabilităților pentru determinarea mărimilor caracteristice ale unor seturi de date
- *Aplicarea algoritmilor de calcul statistic (media, mediana, modul, amplitudinea) asupra unui set de date reale (de exemplu, notele obținute la o lucrare, înălțimile colegilor, timpul petrecut zilnic pe internet etc.)* - *Aplicarea algoritmilor de calcul al probabilităților pe baza unor experimente concrete (de exemplu, aruncarea unui zar, extragerea unui bilețel colorat, tragerea unei cărți dintr-un pachet etc.)* - *Utilizarea instrumentelor digitale pentru explorarea distribuțiilor statistice și a impactului unor variații ale datelor asupra indicatorilor statistici*
X.CS.3.3. Aplicarea conceptelor și algoritmilor specifici funcțiilor, în scopul rezolvării unor ecuații de gradul al doilea, cu radicali, exponențiale, logaritmice și trigonometrice
- *Utilizarea unor algoritmi pentru aplicarea unor metode de rezolvare diferite pentru aceeași ecuație* - *Rezolvarea unor ecuații de forma $f(x)=0$, $f(x)=g(x)$, verificând mulțimea soluțiilor pe reprezentarea grafică* - *Utilizarea proprietăților funcțiilor studiate pentru rezolvarea unor ecuații rezultate din modele matematice întâlnite în viața reală, fizică, astronomie, chimie, biologie, economie etc.*
X.CS.3.4. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului cu numere complexe în diverse contexte

- *Utilizarea amplificării cu conjugatul unui număr complex pentru prelucrarea anumitor expresii matematice cu numere complexe* - *Rezolvarea unor ecuații de gradul al doilea cu coeficienți reali și discriminant negativ, în diverse contexte matematice* - *Rezolvarea ecuațiilor bipătrate în diverse contexte matematice*

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

X.CS.4.1. Exprimarea caracteristicilor unor probleme de numărare în vederea simplificării modului de rezolvare
- *Folosirea regulii sumei sau a produsului, pentru a determina numărul de soluții ale unei probleme de numărare, utilizând limbajul specific pentru argumentarea metodei utilizate* - *Utilizarea formulelor pentru permutări, aranjamente, combinări și a unor relații între acestea pentru a exprima pașii de rezolvare a problemelor* - *Transpunerea în limbaj matematic a datelor unor probleme practice de numărare în vederea aplicării formulelor combinatoriale pentru rezolvare*
X.CS.4.2. Transpunerea în limbajul specific statisticii matematice și probabilităților a unei situații concrete
- *Exprimarea în limbaj specific a modalităților în care au fost colectate, organizate și prelucrate date statistice din situații concrete, pe axa: date reale - variabilă statistică - distribuție de frecvență - indicatori centrali* - *Transpunerea în limbajul probabilităților (experiment aleator, mulțimea evenimentelor, eveniment, probabilitate, comparație empirică/teoretică) a unor date extrase din contexte cotidiene* - *Estimarea unor probabilități în modele ale situații de joc, prin simulare și/sau raționament matematic, utilizând eventual operații cu probabilități*
X.CS.4.3. Exprimarea/redactarea de concluzii și justificări matematice, utilizând limbajul specific funcțiilor (simboluri, formule, expresii, reprezentări)
- *Exprimarea în limbaj matematic a condițiilor ca un element să aparțină domeniului de definiție sau imaginii unei funcții* - *Exprimarea în limbaj matematic a raționamentelor utilizate în determinarea proprietăților unei funcții date* - *Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete din diverse domenii, ce se pot descrie prin funcțiile studiate (funcția de gradul al doilea, funcția putere, funcția radical, funcția exponențială, funcția logaritmică, funcții trigonometrice)*
X.CS.4.4. Exprimarea în limbaj specific numerelor complexe a redactării raționamentelor matematice
- *Redactarea calculelor ce implică operații cu numere complexe, evidențiind partea reală și partea imaginară a numerelor complexe* - *Transpunerea în limbaj matematic a exercițiilor ce conțin operații cu numere complexe scrise sub formă algebrică* - *Redactarea în limbaj specific a etapelor de rezolvare a ecuației de gradul al doilea în mulțimea numerelor complexe*

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

X.CS.5.1. Analizarea datelor unei situații practice pentru stabilirea modului adecvat de numărare
- *Analizarea informațiilor dintr-o situație/problemă practică și a relațiilor între acestea, pentru stabilirea modului de numărare și a unor modalități de optimizare a strategiei de rezolvare (de exemplu, câte numere naturale de două cifre se pot forma cu cifre impare; câte submulțimi cu două elemente se pot forma cu cifrele impare)* - *Realizarea diagramelor arborescente pentru facilitarea argumentării/explicării soluțiilor obținute prin rezolvarea unor probleme de numărare* - *Analizarea unor probleme care au enunțuri similare, dar restricții diferite (câte numere de trei cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5; câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5)*
X.CS.5.2. Analizarea unor situații practice prin aplicarea noțiunilor de statistică și probabilități
- *Argumentarea unor concluzii referitoare la date statistice, utilizând corelat mărimile caracteristice,*

abaterea standard și reprezentări grafice cu bare sau boxplot (de exemplu, rezultatele unui test la matematică, comparații între prețuri, analiza opiniilor unui sondaj etc.) - *Interpretarea rezultatelor unui proiect - sondaj, respectând o serie de criterii și furnizând concluzii (de exemplu, selectarea populației statistice, eșantionului, întrebările chestionarului - maxim 5 întrebări clare și cuantificabile), construcția unui tabel cu frecvențe, reprezentări grafice - diagramă bară/circulară, identificarea posibilelor erori de eșantionare (de exemplu, eșantion prea mic, nealeator, răspunsuri influențate de colegi, interpretarea și analizarea limitărilor metodei utilizate)* - *Aplicarea noțiunii de probabilitate condiționată în contexte reale (de exemplu, studii de caz, analiza datelor dintr-un sondaj), utilizând, eventual, simularea cu instrumente digitale a probabilităților condiționate în proiecte aplicative, probleme de logică probabilistică etc.*
X.CS.5.3. Analizarea proprietăților funcțiilor studiate, identificate în reprezentări grafice, pentru a interpreta situații reale și a formula concluzii argumentate în contexte intra și interdisciplinare
- *Analizarea diferitelor modalități de soluționare a unei probleme în care sunt utilizate proprietățile funcțiile studiate* - *Analizarea demersului de rezolvare a unei ecuații în vederea validării concluziilor (de exemplu, determinarea tuturor soluțiilor, argumentarea unicității soluției etc.)* - *Analizarea validității unor afirmații legate de o funcție, pe cazuri particulare sau prin construirea unor exemple și contraexemple*
X.CS.5.4. Investigarea unor probleme de matematică prin intermediul proprietăților numerelor complexe
- *Calcularea unor caracteristici ale numerelor complexe pe baza unor formule furnizate (de exemplu, partea reală, partea imaginară, modulul, suma, diferența, produsul, raportul)* - *Analizarea unor exerciții diverse cu numere complexe (de exemplu, calcularea puterilor numărului imaginar i)* - *Studiul proprietăților rădăcinilor de ordinul 3 ale unității*

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

X.CS.6.1. Modelarea unei situații-problemă din viața cotidiană, în limbajul specific combinatoricii
- *Modelarea unor situații din viața cotidiană folosind principiile de numărare (de exemplu, în câte moduri poate fi botezat un nou născut cu unul, două sau trei prenume dintr-o listă cu 100 de prenume)* - *Utilizarea proprietăților combinărilor pentru optimizarea calculelor, în probleme din diverse domenii (de exemplu, realizarea de proiecte interdisciplinare: probleme de numărare aplicate în informatică, biologie, sport, economie etc.)* - *Simularea unor scenarii multiple: modificarea condițiilor unei probleme de numărare și observarea impactului asupra rezultatului (cu/fără repetiție, contează/nu contează ordinea)*
X.CS.6.2. Corelarea datelor statistice și probabilistice în scopul predicției comportamentului unui sistem, prin analogie cu comportarea în situații studiate
- *Formularea de concluzii predictive pentru evoluția unui sistem/fenomen, furnizând argumentări ce includ analize ale datelor reale/extrapolări/analogii* - *Modelarea în limbajul probabilităților a fenomenelor cotidiene cu două variabile* - *Aplicarea probabilității condiționate pentru anticiparea evenimentelor*
X.CS.6.3. Modelarea unei situații cotidiene, cu ajutorul funcțiilor studiate, pentru a explica, prezice sau optimiza rezultate în contexte precum economie, biologie, fizică etc.
- *Reformularea unei probleme echivalente sau înrudite* - *Construirea unei funcții care exprimă o relație ce descrie o situație practică* - *Formularea de ipoteze, de concluzii în situații practice legate de valori extreme (optime)și puncte de extrem*
X.CS.6.4. Analiza unor probleme din diferite domenii cu ajutorul numerelor complexe
- *Interpretarea datelor obținute în contexte simulate, prin utilizarea numerelor complexe pentru descrierea și analizarea unor procese concrete* - *Explorarea aplicațiilor numerelor complexe în tehnologie și știință, prin utilizarea unor instrumente digitale de vizualizare a numerelor complexe în grafica pe calculator (de exemplu, generarea de fractali)* - *Modelarea unor situații ce provin din biologie și chimie cu ajutorul numerelor complexe*

CLASA a X-a

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	**1. Metode de numărare** • Reguli de numărare: regula sumei; principiul includerii și al excluderii; diagrame arborescente; regula produsului • Permutări, aranjamente, combinări, triunghiul lui Pascal - formula de recurență a combinărilor, combinări complementare, dezvoltarea binomului lui Newton; aplicații în probleme de numărare ***Notă*** *Abordarea conținuturilor se va face prin contexte practice.*
Date, statistică matematică și probabilități	**2. Statistică și probabilități** **Statistică matematică** (colectarea, organizarea, prelucrarea și interpretarea datelor statistice; sondaje) • Colectarea și organizarea datelor statistice: frecvențe absolute (tabele de frecvențe), frecvențe relative, frecvențe cumulate • Reprezentări grafice ale seturilor de date statistice: diagrame cu bare, histograme, poligonul frecvențelor/frecvențelor cumulate, diagrame boxplot, diagrame circulare; utilizarea aplicațiilor digitale pentru reprezentarea datelor în diferite diagrame • Mărimi caracteristice ale seturilor de date statistice: media, mediana, modul, cuartilele, amplitudinea; utilizarea reprezentărilor seturilor de date pentru compararea a două seturi de date pe baza mărimilor caracteristice • Sondaje, eșantionare: concepte de bază (sondaj, populație, eșantion), etapele realizării unui sondaj, limitări și erori de eșantionare (sondaj aleator simplu/sondaj stratificat); abatere standard: formulă, interpretare (abaterea standard a unui eșantion poate diferi de cea a populației); compararea unor seturi de date utilizând abaterile standard ***Notă*** *Abordarea conținuturilor se va face prin contexte practice.* **Probabilități** • Evenimente, mulțimea evenimentelor posibile ale unui experiment; eveniment sigur/imposibil, eveniment elementar, evenimente disjuncte (diagrame arborescente și diagrame Venn pentru reprezentarea mulțimii evenimentelor) • Probabilitatea unui eveniment (utilizând diagrame Venn sau arborescente pentru determinarea cazurilor posibile și a cazurilor favorabile); operații cu probabilități (probabilitatea intersecției, probabilitatea reuniunii de evenimente); probabilități condiționate, evenimente independente (două evenimente) ***Notă*** *Abordarea conținuturilor se va face prin contexte practice.*
Algebră	**3. Funcții** • Proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; simetria graficului față de drepte de forma $x=m$, $m\in\mathbb{R}$; simetria graficului față de un punct; periodicitate • *Funcția afină*: monotonia, semnul raportului $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$, $x_1,x_2\in\mathbb{R}$, $x_1\neq x_2$; semnul funcției

Domenii de conținut	Conținuturi
	• *Funcția de gradul al doilea*: monotonie, rata creșterii/descreșterii $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$, punct de extrem (vârful parabolei); poziția relativă a unei parabole față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2+bx+c \leq 0$ $(\geq, <, >)$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ (interpretare geometrică); poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx+n=y \\ ax^2+bx+c=y \end{cases}$, cu a, b, c, m, $n \in \mathbb{R}$ (interpretare geometrică) • Compunerea funcțiilor; funcție inversabilă: definiție • Radicali de ordin 2 și 3: proprietăți; *Funcția radical* $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[n]{x}$, $n=2,3$, unde $D=[0,+\infty)$ pentru n par și $D=\mathbb{R}$ pentru n impar; ecuații ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3 • *Funcția exponențială*, $f: \mathbb{R} \to (0,+\infty)$, $f(x)=a^x$, $a \in (0,+\infty)$, $a \neq 1$; monotonie; ecuații exponențiale • Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, *funcția logaritmică*, $f: (0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x)=\log_a x$, $a \in (0,+\infty)$, $a \neq 1$; monotonie; ecuații logaritmice • *Funcții trigonometrice directe* și *inverse*: definire, proprietăți; ecuații trigonometrice
Algebră	**4. Numere complexe** • Numere complexe sub forma algebrică, conjugatul unui număr complex, modulul unui număr complex, operații cu numere complexe scrise sub formă algebrică • Rezolvarea în $\mathbb{C}$ a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali; ecuații bipătrate

CLASA a XI-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS) ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

XI.CS.1.1. Identificarea elementelor, proprietăților și regulilor de calcul cu matrice și determinanți în contexte variate
- *Identificarea proprietăților matricelor (dimensiune, elemente, tipuri) și a relațiilor dintre acestea* - *Recunoașterea unor matrice particulare (matricea nulă, matricea unitate, matrice diagonale) în contexte matematice date* - *Recunoașterea condițiilor pentru coliniaritatea a trei puncte si a calculului ariei unui triunghi*
XI.CS.1.2. Identificarea comportamentului unei funcții într-un interval dat
- *Identificarea tendinței valorilor unei funcții într-un tabel de valori apropiate de un punct* - *Identificarea existenței unei limite sau a continuității unei funcții, utilizând reprezentarea grafică obținută cu ajutorul instrumentelor digitale* - *Identificarea comportamentului asimptotic în contexte variate, utilizând reprezentări grafice ale funcțiilor*
XI.CS.1.3. Identificarea relațiilor dintre derivată și interpretarea ei geometrică, în contexte matematice
- *Identificarea punctelor de derivabilitate ale unei funcții pe baza graficului utilizând eventual instrumente digitale* - *Identificarea regulilor de calcul pentru calcularea derivatelor unor funcții provenite din compunerea unor funcții elementare* - *Identificarea relației dintre panta tangentei la grafic și derivata funcției într-un punct*
XI.CS.1.4. Identificarea proprietăților funcțiilor (monotonie, convexitate/concavitate) pe baza graficului sau a semnului derivatelor de ordin I sau al doilea
- *Identificarea intervalelor de creștere și/sau descreștere ale unei funcții pe baza graficului, observând semnul derivatei de ordinul I* - *Identificarea punctelor de extrem ale unei funcții, pe baza graficului sau a tabelului de monotonie* - *Identificarea punctelor de inflexiune ale unei funcții, pe baza tabelului de convexitate/concavitate*

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

XI.CS.2.1. Prelucrarea datelor numerice organizate sub formă de matrice sau determinant în vederea obținerii de informații sintetice
- *Verificarea/utilizarea condițiilor necesare pentru efectuarea operațiilor cu matrice* - *Calcularea determinanților de ordin 2 și 3, utilizând regulile de calcul* - *Calcularea determinantului în situații în care acesta exprimă o proprietate geometrică (de exemplu, ecuația unei drepte, coliniaritatea punctelor, aria unui triunghi)*
XI.CS.2.2. Prelucrarea unor date extrase din diferite reprezentări ale funcțiilor, în vederea estimării existenței și valorilor unor limite
- *Prelucrarea datelor furnizate de graficul unei funcții în vederea estimării și determinării limitelor funcției într-un punct de acumulare* - *Prelucrarea valorilor unor funcții definite pe intervale pentru determinarea asimptotelor* - *Reprezentarea grafică a unor funcții discontinue cu evidențierea punctelor în care funcția își schimbă comportamentul cu ajutorul aplicațiilor digitale*
XI.CS.2.3. Prelucrarea datelor referitoare la funcții în vederea calculării derivatei unei funcții sau a tangentei/normalei la grafic
- *Prelucrarea unor date în scopul calculării derivatelor de ordinul întâi și al doilea ale unei funcții* - *Prelucrarea datelor în scopul determinării ecuației tangentei/normalei la graficul funcției în contexte variate* - *Prelucrarea derivatei unei funcții în scopul determinării punctelor critice*

XI.CS.2.4. Prelucrarea informațiilor obținute prin derivare pentru a identifica proprietăți ale funcțiilor
- *Prelucrarea datelor dintr-o situație concretă în scopul determinării limitelor cu ajutorul Teoremei lui l'Hôspital* - *Prelucrarea derivatei de ordinul întâi și/sau al doilea în scopul determinării punctelor importante de pe graficul funcției (critice sau staționare, inflexiune)* - *Prelucrarea graficelor funcției și derivatei pentru observarea corespondenței dintre extrem local și semnul derivatei sau a punctelor de inflexiune și semnul derivatei a doua*

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

XI.CS.3.1. Utilizarea algoritmilor de calcul cu matrice sau determinanți în contexte matematice date
- *Aplicarea algoritmilor de calcul (transpusă, adunare, înmulțire, înmulțire cu un număr, inversă etc.) pentru rezolvarea unor exerciții cu matrice* - *Utilizarea proprietăților determinantului pentru calculul determinaților de ordin* $n \leq 4$ - *Verificarea faptului că o matrice dată sau rezultată dintr-un calcul este inversa unei matrice date*
XI.CS.3.2. Utilizarea conceptelor de limită și continuitate în contextul studiului variației unei funcții
- *Aplicarea regulilor de calcul al limitelor (suma, produs, raport) în scopul determinării acestora și a asimptotelor unei funcții* - *Determinarea continuității unei funcții într-un punct pe baza limitelor laterale și a valorii funcției în punct* - *Utilizarea proprietăților funcțiilor continue în vederea stabilirii semnului funcției sau existenței soluțiilor ecuației* $f(x)=0$ *într-un interval*
XI.CS.3.3. Utilizarea algoritmilor pentru calcularea și interpretarea derivatelor în vederea descrierii variației/proprietăților unei funcții
- *Aplicarea regulilor de derivare (adunare, înmulțire cu scalar, produs, cât și compunere) pentru funcții uzuale* - *Calcularea derivatei unei funcții care modelează o situație concretă (viteză, creștere, randament etc.)* - *Determinarea ecuației tangentei și a normalei la graficul unei funcții într-un punct dat în contexte variate*
XI.CS.3.4. Utilizarea derivatei pentru determinarea proprietăților funcțiilor și rezolvarea problemelor de optimizare
- *Determinarea intervalelor de monotonie ale unei funcții utilizând semnul derivatei* - *Rezolvarea problemelor de optimizare prin identificarea punctelor de extrem* - *Utilizarea derivatei de ordinul al doilea pentru determinarea intervalelor de convexitate/concavitate și a punctelor de inflexiune*

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

XI.CS.4.1. Exprimarea relațiilor matematice specifice calculului matriceal în limbaj adecvat, în contexte date
- *Justificarea în limbaj specific a succesiunii de operații cu matrice sau determinanți utilizate pentru a ajunge la un rezultat* - *Interpretarea rezultatului obținut în urma operațiilor cu determinanți* - *Formularea concluziilor referitoare la situația dată, utilizând limbaj specific calculului matriceal*
XI.CS.4.2. Exprimarea condițiilor de existență a limitei și de continuitate ale unei funcții prin formule, grafice și argumente logice
- *Justificarea succesiunii de operații în vederea determinării unor limite de funcții, a determinării existenței asimptotelor unei funcții și a determinării domeniului de continuitate* - *Interpretarea rezultatului obținut în urma operațiilor cu limite de funcții, a determinării comportamentului asimptotic sau operațiilor cu funcții continue* - *Exprimarea în limbaj matematic a concluziilor privind comportamentul unei funcții continue*
XI.CS.4.3. Exprimarea relațiilor dintre derivata funcției și tangenta sau normala la grafic, folosind limbajul și notațiile matematice specifice

- *Justificarea succesiunii de operații în vederea determinării derivatei, a ecuației tangentei și a ecuației normalei la graficul unei funcții într-un punct* - *Interpretarea rezultatului obținut în urma determinării derivatei, a determinării ecuațiilor tangentei și normalei* - *Formularea concluziilor referitoare la derivata funcției și/sau tangenta/normala la grafic, utilizând limbajul specific*
XI.CS.4.4. Exprimarea concluziilor privind proprietățile funcțiilor pe baza derivatei, utilizând argumente și notații matematice
- *Justificarea succesiunii de operații în vederea determinării monotoniei sau a convexității/concavității* - *Interpretarea rezultatului obținut în urma determinării proprietăților de monotonie sau convexitate/concavitate a funcției* - *Formularea concluziilor din tabelul de variație sau convexitate a funcției utilizând limbajul specific*

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

XI.CS.5.1. Analizarea proprietăților operațiilor cu matrice și a determinanților în vederea interpretării rezultatelor obținute într-un context numeric sau geometric
- *Analizarea efectului modificării unor elemente asupra valorii determinantului și a existenței inversei unei matrice* - *Compararea semnificațiilor unui determinant în situații diferite pentru a deduce relații de dependență între mărimi* - *Analizarea condițiilor de existență, a proprietăților inversei unei matrice și a soluțiilor ecuațiilor matriceale*
XI.CS.5.2. Analizarea unor proprietăți locale sau globale ale unei funcții (limite în diferite puncte, continuitate, asimptote)
- *Analizarea eventualelor puncte de discontinuitate prin evaluarea limitelor laterale și a valorii funcției* - *Analizarea semnului unei funcții continue și a existenței unor soluții ale ecuației* $f(x)=m$, $m\in\mathbb{R}$, *într-un interval dat* - *Analizarea unor condiții pentru determinarea existenței asimptotelor unei funcții*
XI.CS.5.3. Analizarea relațiilor dintre derivata unei funcții și proprietățile tangentei și normalei la graficul acesteia
- *Identificarea relației dintre panta tangentei sau a normalei la grafic și unghiul tangentei cu axa Ox* - *Analizarea condițiilor de existență a funcției, a derivatei de ordin I și a derivatei de ordinul al II-lea pentru a determina domeniul maxim de derivabilitate al funcției studiate* - *Analizarea punctelor în care funcția nu este derivabilă*
XI.CS.5.4. Analizarea situațiilor de optimizare și a caracteristicilor funcțiilor pe baza derivatei
- *Analizarea punctelor de maxim și minim în contexte practice (viteză, randament, cost etc.)* - *Compararea graficului funcției cu cel al derivatei pentru a identifica punctele de extrem local* - *Analizarea tabelului de monotonie, în scopul demonstrării unor inegalități sau a studierii bijectivității unei funcții* $f:I\to J$

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

XI.CS.6.1. Modelarea unor situații practice care implică organizarea și prelucrarea datelor numerice folosind conceptele și operațiile cu matrice și/sau determinanți
- *Modelarea, prin matrice, a unor situații din științele naturii (de exemplu, transformări de coordonate, combinații de substanțe chimice)* - *Utilizarea matricelor pentru organizarea și analiza datelor* - *Modelarea unor configurații geometrice utilizând matrice și determinanți*
XI.CS.6.2. Modelarea variației unei mărimi printr-o funcție, utilizând conceptele de limită, continuitate sau analiză grafică
- *Modelarea unor situații cotidiene prin analogii cu limite și continuitate (de exemplu, variația temperaturii, vitezei sau concentrației unei substanțe prin funcții care admit limită, răcirea unui corp etc.)* - *Interpretarea fenomenelor de tip asimptotic (de exemplu, răcirea unui corp, determinarea punctelor de fierbere) prin modele bazate pe limite de funcții*

- *Aplicarea conceptului de continuitate pentru a explica procese naturale fără întreruperi (de exemplu, creșterea populației, flux de energie)*
XI.CS.6.3. Modelarea comportamentului unei funcții și a proprietăților graficului său prin utilizarea derivatei și a relațiilor tangentei și normalei
- *Formularea unui demers de rezolvare pentru o problemă de viteză instantanee sau accelerație, folosind derivata de ordinul I, respectiv de ordinul al II-lea, ca instrument de modelare* - *Construirea unei funcții care să verifice condiții date privind derivabilitatea (de exemplu, să aibă o tangentă paralelă cu o anumită dreaptă sau o derivată nulă într-un punct specificat)* - *Integrarea cunoștințelor de derivabilitate cu cele de geometrie analitică pentru a determina și justifica poziția relativă a două grafice de funcții (de exemplu, când se intersectează la un anumit unghi sau când sunt tangente)*
XI.CS.6.4. Modelarea matematică a fenomenelor și proceselor reale prin aplicarea derivatelor și analizarea extremelor pentru optimizarea rezultatelor
- *Modelarea unor probleme de optimizare în contexte geometrice, determinând valorile de extrem ale distanțelor, ariilor, perimetrelor sau volumelor sub restricții date* - *Interpretarea derivatei unei funcții pentru a determina punctele critice sau staționare (maxim/minim) într-un context aplicativ (de exemplu, cost, viteză, accelerație)* - *Modelarea unei situații practice utilizând derivata unei funcții (de exemplu, utilizarea derivatei de ordinul I pentru a modela rata de schimbare a vitezei, accelerației în fizică; rata de creștere în biologie)*

CLASA a XI-a

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	**1. Matrice și determinanți** • **Matrice** Matrice; mulțimea matricelor cu elemente în $\mathbb{C}$; operații cu matrice: adunarea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, înmulțirea; proprietăți ale operațiilor • **Determinanți** Determinantul unei matrice pătratice de ordin $n \leq 4$; metode de calcul și proprietăți fundamentale. Inversa unei matrice. • **Aplicații ale determinanților în geometrie** Coliniaritatea a trei puncte; calculul ariei unui triunghi; ecuația dreptei determinată de două puncte ***Notă*** *Se vor aborda și aplicații ale matricelor în contexte practice (matricea de transport, matricea costurilor etc.).*
Analiză matematică	**2. Limite de funcții și continuitate** • **Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală** Intervale de numere reale; mărginire; vecinătăți și noțiunea de dreaptă încheiată • **Limite de funcții** Interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct și prin intermediul vecinătăților; limite laterale; limită a unei funcții într-un punct și limită la infinit • **Calculul limitelor** Limitele funcțiilor studiate; studiul algebric și grafic al asimptotelor • **Continuitate** Interpretarea grafică a continuității unei funcții; studiul continuității într-un punct și pe intervale de pe dreapta reală, pentru funcțiile studiate • **Operații cu funcții continue și proprietăți fundamentale ale continuității** Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale ***Notă*** *Se pot utiliza mijloace digitale pentru vizualizarea geometrică a rezultatelor.*
	3. Derivabilitate • **Derivata unei funcții și aplicații** Tangenta la o curbă și derivata unei funcții într-un punct; noțiunea de funcție derivabilă; operații cu funcții derivabile și reguli de derivare; derivatele de ordinul I și al doilea pentru funcțiile studiate; normala într-un punct la graficul unei funcții
	4. Aplicații ale derivatelor în studiul funcțiilor • Monotonia funcțiilor: relația dintre semnul derivatei de ordinul I pe un interval și monotonia funcției • Puncte de extrem: stabilirea naturii punctelor critice (staționare) cu ajutorul semnului derivatei de ordinul I • Convexitatea/concavitatea funcțiilor pe un interval: determinarea punctelor de inflexiune și recunoașterea naturii punctelor de extrem utilizând semnul derivatei de ordinul al doilea • Tabelul de variație: sinteza proprietăților funcției; determinarea imaginii funcției pe un interval ***Notă*** *Informațiile din tabelul de variație vor fi coroborate cu reprezentările grafice ale funcțiilor realizate prin mijloace digitale.*

	• Funcții bijective: definiție, studiul bijectivității unor funcții $f:I\to J$, unde I și J sunt intervale • Teorema lui l'Hôspital (fără demonstrație) **Aplicații în domenii conexe** • Modelarea proceselor fizice, chimice etc. (*de exemplu, utilizarea derivatelor pentru a descrie viteza și accelerația într-un model cinematic*) • Probleme de optimizare; determinarea valorilor de extrem în contexte geometrice (de *exemplu, optimizarea perimetrelor, ariilor și volumelor sub restricții date*)

CLASA a XII-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS) ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

XII.CS.1.1. Identificarea unor elemente caracteristice ale unui sistem de ecuații liniare
- *Identificarea formei generale a unui sistem de m ecuații liniare și n necunoscute* - *Identificarea ecuațiilor și a necunoscutelor unui sistem de ecuații liniare scris sub forma generală* - *Recunoașterea sistemelor omogene și a soluției triviale a unui sistem de ecuații liniare omogen* - *Verificarea posibilității ca un set de numere precizate să fie o soluție a unui sistem de ecuații liniare dat*
XII.CS.1.2. Identificarea unor elemente fundamentale ale geometriei în spațiu în raport cu reperul cartezian tridimensional
- *Identificarea axelor reperului cartezian tridimensional $Oxyz$* - *Identificarea coordonatelor vârfurilor unor corpuri geometrice (cub, paralelipiped) de dimensiuni date, în raport cu un reper cartezian tridimensional dat, convenabil ales* - *Identificarea distanțelor de la un punct de coordonate date la planele sistemului $Oxyz$* - *Identificarea unei ecuații algebrice ca fiind forma generală a ecuației unui plan determinat de trei puncte date*
XII.CS.1.3. Identificarea noțiunii de primitivă prin raportare la noțiunea de derivată
- *Verificarea faptului că o funcției este o primitivă a unei alte funcții, prin derivare* - *Identificarea unor exemple de funcții diferite care sunt primitive ale aceleiași funcții* - *Identificarea unor condiții ca două funcții diferite să fie primitive ale aceleiași funcții date*
XII.CS.1.4. Identificarea conceptului de integrală definită ca arie a unei suprafețe plane
- *Identificarea elementelor din notația* $\int_a^b f(x)dx$ - *Identificarea diferențelor dintre noțiunile de integrală nedefinită și integrala definită* - *Asocierea unor imagini grafice cu scrieri de tipul* $\int_a^b f(x)dx$

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

XII.CS.2.1. Prelucrarea elementelor asociate unui sistem de ecuații liniare în vederea stabilirii tipului de compatibilitate și a rezolvării sistemului de ecuații
- *Clasificarea sistemelor de ecuații liniare în funcție de numărul de soluții ca sisteme compatibil determinate, compatibil nedeterminate sau incompatibile* - *Asocierea datelor dintr-un sistem de ecuații liniare în reprezentări matriceale, respectiv matricea sistemului și matricea extinsă* - *Calcularea unor minori ai unei matrice date, în vederea determinării rangului acesteia*
XII.CS.2.2. Utilizarea unor formule specifice pentru analizarea unor cerințe cu caracter geometric
- *Reprezentarea unui punct în reperul cartezian tridimensional în funcție de coordonatele sale* - *Verificarea unor condiții ca un punct să fie poziționat pe una dintre axele reperului cartezian tridimensional* - *Verificarea unor condiții ca un punct să aparțină unui plan determinat de o pereche de axe ale reperului cartezian tridimensional*
XII.CS.2.3. Prelucrarea expresiilor algebrice ale unor funcții date cu scopul determinării primitivelor
- *Prelucrarea unor constante din expresia algebrică a unei funcții date, cu scopul asocierii formulei corespunzătoare din tabelul primitivelor uzuale* - *Prelucrarea expresiei algebrice a unei funcții date cu scopul utilizării proprietății de omogenitate în calculul integralei nedefinite*

- *Prelucrarea expresiei algebrice a unei funcții date cu scopul utilizării proprietății de aditivitate în calculul integralei nedefinite* - *Verificarea faptului că o funcție este soluție a unei ecuații diferențiale date*
XII.CS.2.4. Determinarea valorii integralei definite prin calcule directe
- *Compararea valorii integralei definite a unei funcții constante obținute prin metode grafice cu valoarea obținută prin aplicarea formulei Leibniz-Newton* - *Compararea valorii integralei definite a unei funcții afine obținute prin metode grafice cu valoarea obținută prin aplicarea formulei Leibniz-Newton* - *Compararea valorii integralei unei funcții continue și pozitive obținute cu ajutorul aplicațiilor digitale, cu estimarea obținută din imaginea grafică a funcției*

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

XII.CS.3.1. Utilizarea unor concepte și algoritmi specifici pentru determinarea compatibilității și rezolvarea unor sisteme de ecuații liniare prin metode algoritmice
- *Determinarea soluției unui sistem de ecuații liniare compatibil determinat, prin metoda Cramer* - *Verificarea condiției de compatibilitate determinată a unui sistem de ecuații liniare* - *Determinarea rangului matricei asociate unui sistem de ecuații liniare și a matricei extinse pentru studiul compatibilității acestuia*
XII.CS.3.2. Aplicarea unor algoritmi specifici geometriei analitice pentru determinarea unor distanțe și a unor relații între obiecte geometrice
- *Determinarea distanței dintre două puncte în reperul cartezian $Oxyz$* - *Determinarea perimetrului unui triunghi când se cunosc coordonatele vârfurilor sale* - *Determinarea coordonatelor unor puncte care aparțin unui plan dat prin ecuația sa* - *Determinarea coordonatelor punctelor de intersecție ale unui plan cu axele reperului cartezian tridimensional*
XII.CS.3.3. Utilizarea unor algoritmi cu caracter algebric în determinarea mulțimii primitivelor unei funcții sau a soluției unor ecuații diferențiale
- *Determinarea valorilor unor parametri astfel încât o funcție să fie primitiva unei alte funcții* - *Determinarea primitivelor unor funcții raționale care au numitori de grad cel mult doi, de forma $(x-\alpha)(x-\beta)$ sau $x^2+\alpha$, $\alpha>0$* - *Rezolvarea unor ecuații diferențiale cu variabile separabile*
XII.CS.3.4. Utilizarea unor strategii algebrice de tip algoritmic pentru calculul integralei definite
- *Calcularea unor integrale definite prin metoda Leibniz - Newton* - *Utilizarea proprietății de liniaritate în calculul integralei definite* - *Utilizarea proprietății de monotonie pentru compararea unor integrale definite* - *Utilizarea unor aplicații digitale pentru vizualizarea grafică a unor rezultate de tip comparativ, referitoare la integrale definite*

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

XII.CS.4.1. Exprimarea în limbaj specific a concluziilor referitoare la compatibilitatea unui sistem de ecuații liniare
- *Studierea compatibilității unui sistem de ecuații liniare prin analizarea comparativă a rangurilor matricei sistemului și matricei extinse* - *Prelucrarea unui sistem de ecuații liniare prin reducerea sa la o formă adecvată aplicării metodei Cramer* - *Exprimarea concluziilor referitoare la tipul de compatibilitate a unui sistem omogen de ecuații liniare*
XII.CS.4.2. Determinarea unor rezultate cantitative sau calitative, referitoare la configurații geometrice în spațiu, prin îmbinarea raționamentelor geometrice și algebrice
- *Studiul coplanarității a 4 puncte în spațiu* - *Determinarea volumului unui tetraedru* - *Determinarea ecuației planului care conține trei puncte necoliniare date* - *Determinarea naturii unui triunghi când cunoaștem coordonatele vârfurilor, într-un reper cartezian tridimensional*

- *Determinarea volumului unei piramide cu baza patrulater, prin descompunere în tetraedre*
XII.CS.4.3. Utilizarea unor raționamente algebrice complexe în determinarea unor primitive sau a soluțiilor unor ecuații diferențiale de grad cel mult doi
- *Determinarea unor primitive care implică utilizarea simultană a mai multor formule și proprietăți* - *Determinarea soluțiilor unor ecuații diferențiale liniare pe baza strategiei specifice* - *Determinarea soluțiilor unor ecuații diferențiale de grad 2 cu coeficienți constanți folosind strategiile specifice*
XII.CS.4.4. Utilizarea unor strategii algebrice combinate în estimarea și evaluarea integralelor definite
- *Determinarea integralei definite a unei funcții folosind aditivitatea în cazul unor funcții care includ noțiunea de modul în expresia lor algebrică* - *Determinarea valorii integralei definite prin utilizarea metodei schimbării de variabilă* - *Determinarea valorii integralei definite prin utilizarea metodei integrării prin părți*

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

XII.CS.5.1. Analizarea condițiilor de compatibilitate a unor sisteme de ecuații liniare
- *Analizarea comparativă a eficienței metodelor Cramer și a metodelor studiate în anii anteriori în rezolvarea sistemelor de ecuații liniare* - *Interpretarea în diferite contexte matematice ale soluțiilor unor sisteme de ecuații liniare compatibile nedeterminate* - *Studierea compatibilității unui sistem de ecuații liniare care depinde de un parametru*
XII.CS.5.2. Interpretarea geometrică a unor situații algebrice
- *Interpretarea paralelismului a două plane, utilizând noțiunea de rang al matricei* - *Interpretarea soluției unui sistem compatibil nedeterminat de 2 ecuații liniare cu 3 necunoscute în limbajul intersecției de două plane* - *Interpretarea soluției unui sistem compatibil de 3 ecuații liniare cu 3 necunoscute în limbajul intersecției a trei plane*
XII.CS.5.3. Analizarea unor primitive în contexte variate
- *Determinarea unor primitive care verifică anumite condiții suplimentare* - *Studiul unor proprietăți (monotonie, convexitate etc.) ale primitivelor unor funcții date* - *Determinarea unor soluții particulare ale unor ecuații diferențiale studiate*
XII.CS.5.4. Analizarea metodelor de integrare prin determinarea strategiei adecvate fiecărei funcții
- *Evaluarea unor metode diferite de calcul/estimare a unei integrale definite, în scopul determinării strategiei adecvate/optime* - *Calcularea unor integrale definite prin strategii algebrice complexe care combină diferite metode de integrare* - *Selectarea unor strategii de analizare a expresiei algebrice a unei funcții în scopul identificării metodei optime de calculare a integralei definite*

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

XII.CS.6.1. Modelarea în limbajul sistemelor de ecuații liniare a unor contexte din geometrie sau din alte discipline
- *Modelarea în limbaj matematic a unor probleme practice care conduc la sisteme de ecuații liniare* - *Modelarea unor situații practice ce implică sisteme de ecuații liniare, pentru determinarea soluțiilor care verifică anumite condiții* - *Interpretarea practică a soluțiilor unui sistem de ecuații liniare, care modelează situații din diferite domenii de activitate*
XII.CS.6.2. Modelarea matematică a unor situații practice în limbajul specific geometriei într-un reper cartezian tridimensional
- *Modelarea unor probleme de geometrie clasică în spațiu prin intermediul coordonatelor tridimensionale* - *Modelarea unor situații practice prin intermediul coordonatelor în raport cu un reper cartezian convenabil ales (de exemplu, analizarea unei clădiri la care știm forma și unele dimensiuni exterioare)* - *Analizarea utilizării coordonatelor în practică: navigația aeriană, proiectarea 3D*
XII.CS.6.3. Studiul integralei nedefinite și a ecuațiilor diferențiale în contexte practice

- *Aplicarea noțiunii de primitivă în cazul mișcării rectilinii uniform accelerate* - *Studiul evoluției termice ca model de ecuație diferențială* - *Studiul dezintegrării radioactive ca model de ecuație diferențială*
XII.CS.6.4. Modelarea unor situații practice prin intermediul integralei definite
- *Analizarea caracteristicilor unor figuri geometrice, utilizând integrala definită (de exemplu, lungimea și aria cercului, lungimea unor curbe date etc.)* - *Analizarea caracteristicilor unor corpuri geometrice, utilizând integrala definită (de exemplu, aria și volumul sferei, volumul unor corpuri cunoscute, ariile laterale ale unor corpuri de rotație etc.)* - *Modelarea unor probleme din fizică, chimie, alte domenii, utilizând integrala definită*

CLASA a XII-a

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	**1. Sisteme de ecuații liniare** • Forma generală a unui sistem de ecuații liniare; clasificarea sistemelor de ecuații liniare în funcție de numărul de soluții; determinarea soluției unui sistem de ecuații liniare: metoda lui Cramer • Rangul unei matrice • Studiul compatibilității unui sistem de ecuații liniare cu ajutorul noțiunii de rang • Reducerea unui sistem de ecuații liniare la un sistem de tip Cramer ***Notă*** *Se vor studia sisteme de ecuații liniare cu cel mult 4 ecuații și cel mult 4 necunoscute.*
Geometrie	**2. Elemente de geometrie analitică în spațiu** • Reperul cartezian tridimensional $Oxyz$; coordonatele unui punct în spațiu, distanța dintre două puncte în spațiu • Condiția de coplanaritate a 4 puncte • Volumul tetraedrului • Planul în reperul cartezian tridimensional $Oxyz$: ecuația generală a planului; ecuația planului determinat de trei puncte necoliniare • Pozițiile relative ale două sau trei plane; interpretări geometrice ale sistemelor de ecuații liniare
Analiză matematică	**3. Primitivele unei funcții continue** • Noțiunea de primitivă, mulțimea primitivelor unei funcții continue, integrala nedefinită a unei funcții continue • Tabelul primitivelor uzuale • Proprietăți ale integralei nedefinite: liniaritate • Ecuații diferențiale: ecuații cu variabile separabile; ecuații diferențiale de grad cel mult 2, cu coeficienți constanți
	4. Integrala definită • Originea noțiunii de integrală definită ca arie a subgraficului unei funcții continue și pozitive definite pe un interval compact • Estimări ale integralelor definite ale unor funcții continue și pozitive pornind de la reprezentările grafice ale acestora • Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare • Formula Leibniz-Newton • Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin schimbare de variabilă, integrarea prin părți • Aplicații ale integralei definite: aria delimitată de graficul unei funcții continue și axa Ox; aria suprafeței delimitate de două curbe; lungimea unei curbe; volumul unui corp de rotație; aria laterală a unui corp de rotație ***Notă*** *Se vor studia volumul și aria unor corpuri obținute prin rotații în jurul axei Ox, de exemplu: sfera, cilindrul circular, conul.*

SUGESTII METODOLOGICE

Programa școlară *Matematică_TC+CS_științe_ale_naturii* continuă demersul formativ început în gimnaziu, urmărind dezvoltarea raționamentului logic, a capacității de abstractizare și de modelare matematică, a competențelor de validare, utilizare și transfer al cunoașterii.

Este important ca în demersul didactic să se aibă în vedere atât formarea/dezvoltarea competențelor, cât și modul de obținere, validare și transfer a conținuturilor științifice.

Proiectarea și desfășurarea activităților de învățare vor valorifica competențele formate în anii anteriori și le vor dezvolta, în conformitate cu stadiul de maturizare a elevilor. Introducerea noțiunilor din fiecare domeniu de conținut se va realiza intuitiv, plecând de la exemple din realitatea înconjurătoare sau legate de cunoștințele anterioare, urmând ca mai apoi ele să fie descrise riguros, folosind definiții și teoreme formulate respectând regulile logicii matematice.

Se vor folosi metodele investigative și cele bazate pe proiecte pentru facilitarea explorării unor situații problemă, pentru asimilarea la nivel individual a cunoștințelor, pentru a include reflecțiile și discuțiile elevilor în abordarea diferitelor conținuturi. Se va pune un accent deosebit pe colaborarea elevilor, pe dezvoltarea unei culturi bazate pe argumente, raționamente și dialog, pe asumarea, înțelegerea și remedierea erorilor și a concepțiilor eronate, pe responsabilitate. Conținuturile vor fi abordate prin contexte semnificative care permit strategii multiple de rezolvare astfel ca elevii să aibă șansa de a elabora planul propriilor investigații crescând astfel gradul de implicare, motivarea, conștientizarea și auto-eficacitatea.

Se recomandă îmbinarea metodelor tradiționale cu cele interactive și digitale, precum și utilizarea evaluării formative prin sarcini aplicative, portofolii sau autoevaluare. Diferențierea activităților și valorificarea aplicațiilor practice vor contribui la dezvoltarea gândirii analitice și la formarea competențelor de modelare matematică. Modalitățile de organizare a activităților de învățare (frontale, individuale sau pe grupe) se vor adapta particularităților clasei de elevi, resurselor disponibile și finalităților vizate. Este necesară utilizarea metodelor și mijloacelor didactice care să favorizeze implicarea activă a elevului în propriul proces de învățare, inclusiv a instrumentelor digitale sau a unor softuri dedicate.

În cadrul procesului de predare-învățare-evaluare, componenta evaluare are un rol fundamental. Deoarece este necesară asigurarea unui feedback permanent și corespunzător, se va urmări accentuarea dimensiunii formative a evaluării. Astfel, se va monitoriza nivelul de formare și dezvoltare a competențelor specifice asociate fiecărui domeniu de conținut și, implicit, se va orienta demersul didactic spre trecerea la domeniul de conținut următor, spre aprofundarea unor aspecte sau spre revenirea asupra aspectelor deficitare, prin alocarea unui timp suplimentar de studiu, având mereu în vedere zona proximei dezvoltări.

În derularea activităților remediale, se recomandă identificarea formulelor standardizate în parcurgerea enunțurilor matematice și în descrierea modalităților de soluționare a acestora, evidențierea etapelor de rezolvare ale unei probleme, eventual folosind diferite forme grafice de prezentare/vizualizare a unor elemente matematice, utilizarea schemelor logice si a diagramelor logice de lucru în rezolvarea de probleme. Este esențială implicarea directă a elevilor în analizarea datelor unei probleme și în identificarea, explicarea și eventual compararea unor variante de rezolvare, precum și evaluarea/oferirea de feedback, de către profesor, pentru fiecare etapă de lucru.

În concluzie, profesorul trebuie să proiecteze activități de învățare eficiente pentru formarea și dezvoltarea competențelor specifice, cu accent pe observare, pe investigație, pe formularea de ipoteze, pe argumentare/justificare, pe analiză și pe modelare.

Clasa IX-a

Abordarea domeniului privind **mulțimea numerelor reale** urmărește dezvoltarea unei înțelegeri profunde asupra structurii algebrice și de ordine a acestei mulțimi, fundament al majorității conceptelor matematice ulterioare. Se recomandă utilizarea metodelor intuitive și algoritmice în paralel, pentru a sprijini atât înțelegerea conceptuală a proprietăților numerelor reale, cât și aplicarea lor în calcule riguroase. Este utilă integrarea activităților de raționalizare a numitorilor, a utilizării modulului și a aproximărilor numerice în contexte variate, care să evidențieze relevanța acestor concepte în modelarea fenomenelor naturale și în măsurători experimentale.

Activitățile practice pot viza studiul erorilor de măsurare și utilizarea aproximărilor prin lipsă și prin adaos în experimente de fizică sau chimie, interpretarea grafică a valorilor numerice în biologie sau analiza datelor experimentale. Evaluarea competențelor formate poate include probe scrise structurate, aplicații practice interdisciplinare, precum și evaluări non-formale de tip portofoliu sau proiect. Profesorii pot utiliza

instrumente digitale pentru ilustrarea ordinii numerelor reale și a relațiilor de inegalitate, favorizând învățarea exploratorie și înțelegerea operațională a conceptelor.

Studiul **logicii matematice** la nivel liceal oferă elevilor capacitatea de a înțelege structurile formale ale raționamentului, necesare pentru formularea și verificarea corectitudinii argumentelor științifice. Se recomandă introducerea conceptelor de propoziție, predicat și operații logice prin exemple din științele naturii, care să faciliteze tranziția de la limbajul natural la cel formal. Utilizarea metodelor deductive, precum reducerea la absurd și inducția matematică, contribuie la formarea gândirii riguroase și la dezvoltarea capacității de argumentare logică.

Activitățile didactice pot include exerciții de interpretare a expresiilor logice și aplicarea regulilor de negare în contexte experimentale. În domenii precum biologia sau fizica, elevii pot formula ipoteze și pot utiliza raționamente logice pentru validarea sau infirmarea acestora. Evaluarea se poate realiza prin teste scrise, activități de analiză a unor situații logice sau proiecte interdisciplinare care valorifică gândirea critică și argumentarea științifică.

Studiul **polinoamelor** reprezintă o etapă esențială în înțelegerea ulterioară a relației dintre algebră și analiză matematică. Profesorul va pune accent pe recunoașterea formei algebrice, pe efectuarea operațiilor cu polinoame și pe aplicarea algoritmului de împărțire, ilustrând legătura dintre teorie și practică. Se recomandă explicarea teoremei lui Bézout și introducerea conceptului de divizibilitate a polinoamelor prin exemple numerice și geometrice, fără a insista asupra formalismului excesiv, ci asupra aplicabilității.

Activitățile practice pot include utilizarea polinoamelor în modelarea fenomenelor naturale, cum ar fi variația concentrațiilor chimice sau reprezentarea curbelor experimentale. Evaluarea elevilor se poate realiza prin rezolvarea de probleme complexe, teste, proiecte de modelare matematică sau aplicații grafice în medii digitale. De asemenea, se pot propune activități de învățare colaborativă pentru descoperirea proprietăților polinoamelor și explorarea relațiilor dintre coeficienți și rădăcini.

Progresiile aritmetice și geometrice oferă un cadru ideal pentru dezvoltarea gândirii algebrice și pentru înțelegerea fenomenelor de variație liniară și exponențială. Este recomandată introducerea conceptelor prin activități experimentale și explorări numerice care să conducă elevii spre descoperirea termenului general și a formulelor de sumă. Corelarea cu conceptele de dobândă simplă și compusă permite integrarea matematicii în contexte economice și sociale, favorizând o învățare contextualizată.

Aplicațiile practice pot include analiza evoluției populației, acumularea capitalului, creșterea bacteriană sau fenomene fizice de tipul progresiei aritmetice și geometrice. Evaluarea poate combina probe scrise, studii de caz interdisciplinare și activități non-formale, precum realizarea unor proiecte de modelare matematică a fenomenelor naturale. Profesorii pot utiliza aplicații digitale pentru vizualizarea progresiilor și a variației parametrilor acestora.

Geometria analitică permite dezvoltarea gândirii spațiale și analitice prin corelarea noțiunilor geometrice cu instrumentele algebrice. Profesorul va urmări formarea deprinderilor de lucru cu coordonate, ecuații de drepte și cercuri, punând accent pe interpretarea geometrică a relațiilor dintre parametri. Se recomandă o abordare progresivă, pornind de la reprezentarea în plan cartezian, spre înțelegerea pozițiilor relative ale dreptei și cercului și a aplicațiilor acestora în contexte reale.

Aplicațiile practice pot include determinarea traiectoriilor în fizică, localizarea geografică utilizând coordonate sau analiza mișcărilor rectilinii și circulare. Evaluarea poate fi realizată prin lucrări scrise, activități grafice asistate de calculator (GeoGebra), proiecte de aplicare în științele naturii și evaluări formative prin interpretarea grafică a datelor. Profesorii sunt încurajați să promoveze o învățare vizuală și exploratorie, care să stimuleze gândirea geometrică și analitică.

Studiul **funcțiilor** reprezintă un element central în formarea competențelor matematice la nivel liceal. Se recomandă o abordare exploratorie, centrată pe observarea proprietăților funcțiilor prin intermediul reprezentărilor grafice, folosind resurse digitale (GeoGebra, Desmos). Elevii trebuie să fie ghidați în identificarea caracteristicilor esențiale ale funcțiilor: domeniu, imagine, monotonie, puncte de extrem, simetrii, comportament asimptotic și interpretare geometrică a soluțiilor ecuațiilor.

Aplicațiile practice pot include analiza creșterii exponențiale a populației, a proceselor radioactive, a variației temperaturilor sau a scărilor logaritmice în acustică și chimie. Evaluarea se poate realiza prin probe grafice, portofolii digitale, proiecte de analiză funcțională sau activități interdisciplinare. Profesorii sunt încurajați să promoveze observarea vizuală și raționamentul inductiv, astfel încât elevii să poată descoperi proprietățile funcțiilor prin explorare.

Trigonometria contribuie la formarea unei gândiri analitice și la înțelegerea relațiilor spațiale, având multiple aplicații în științele naturii și în viața cotidiană. Se recomandă introducerea conceptelor prin cercul

trigonometric, evidențiind legătura dintre reprezentarea geometrică și valorile funcțiilor trigonometrice. Deducerea formulelor trigonometrice trebuie realizată prin raționamente vizuale și demonstrații intuitive, accentuând coerența logică a sistemului trigonometric.

Aplicațiile practice pot viza măsurători indirecte, determinarea înălțimilor și distanțelor, analiza mișcărilor periodice sau modelarea undelor sonore și electromagnetice. Evaluarea se poate realiza prin teste scrise, activități experimentale, proiecte interdisciplinare sau portofolii tematice. Utilizarea instrumentelor digitale pentru reprezentarea funcțiilor trigonometrice și explorarea relațiilor dintre unghiuri și rapoarte trigonometrice contribuie la consolidarea înțelegerii conceptelor și la dezvoltarea competențelor de aplicare practică.

Clasa a X-a

Abordarea conținutului referitor la **metodele de numărare** trebuie să pornească de la situații concrete și contextuale, care permit elevilor să înțeleagă utilitatea conceptelor combinatorice în organizarea și evaluarea posibilităților. Se recomandă introducerea regulilor de numărare (regula sumei, regula produsului, principiul includerii și excluderii) prin activități interactive de explorare – de exemplu, aranjamente posibile ale probelor unui experiment sau distribuirea obiectelor în grupuri distincte. Diagramele arborescente și reprezentările vizuale facilitează înțelegerea structurii logice a situațiilor de numărare și pot fi utilizate în activități colaborative. Profesorul poate stimula gândirea combinatorică prin jocuri educative, activități de simulare sau prin analiza unor fenomene naturale și sociale care implică ordonări și alegeri (de exemplu, structura genetică a unei specii sau combinațiile posibile într-un test chimic).

În vederea dezvoltării competențelor aplicative, permutările, aranjamentele și combinările pot fi introduse și utilizate în contexte interdisciplinare – biologie (analiza combinațiilor genetice), informatică (număr de parole posibile), fizică (combinații experimentale). Evaluarea poate fi realizată prin portofolii tematice, rezolvarea unor probleme aplicative sau prin activități non-formale, precum concursuri logico-matematice ori proiecte în care elevii explică vizual, prin diagrame sau infografice, algoritmii de numărare. Se recomandă utilizarea instrumentelor digitale (GeoGebra, Desmos, aplicații Python simple) pentru a ilustra recurența combinărilor și dezvoltarea binomului lui Newton, facilitând o învățare vizuală și exploratorie.

Introducerea noțiunilor de **statistică matematică** trebuie realizată prin explorarea datelor provenite din realitatea cotidiană, astfel încât elevii să conștientizeze rolul matematicii în interpretarea informațiilor. Activitățile didactice vor urmări colectarea, organizarea și analiza datelor din domenii diverse – biologie, ecologie, economie, sociologie – prin realizarea de sondaje sau experimente simple. Utilizarea reprezentărilor grafice (diagrame cu bare, histograme, poligoane ale frecvențelor, diagrame boxplot) permite o înțelegere intuitivă a distribuțiilor statistice. Se recomandă integrarea aplicațiilor digitale (Excel, GeoGebra, Desmos, Google Sheets) pentru prelucrarea datelor și calculul mărimilor caracteristice (media, mediana, modulul, abaterea standard), facilitând familiarizarea cu instrumentele de analiză utilizate în cercetarea științifică.

Probabilitățile se vor aborda într-o manieră intuitivă, pornind de la experimente reale și simulări. Diagramele Venn și arborii de posibilități sunt utile pentru reprezentarea relațiilor dintre evenimente și pentru înțelegerea conceptelor de eveniment sigur, imposibil, disjunct sau independent. Activitățile pot include simulări de fenomene naturale (mutarea genelor, decăderea radioactivă), jocuri de noroc, experimente de laborator sau sondaje virtuale. Evaluarea poate fi realizată prin proiecte aplicative, fișe de observare și reflecție, interpretarea critică a rezultatelor unui sondaj propriu sau analizarea unui set de date oferit de profesor. Se recomandă includerea formelor alternative de evaluare – jurnal de învățare, autoevaluare, prezentări de grup – pentru a dezvolta competențele de analiză, comunicare și argumentare științifică.

Studiul **funcțiilor** trebuie orientat spre descoperirea relațiilor dintre mărimile variabile și spre interpretarea fenomenelor din științele naturii. Activitățile didactice pot fi construite în jurul reprezentărilor grafice, utilizând instrumente digitale precum GeoGebra sau Desmos, care permit vizualizarea proprietăților funcțiilor (mărginire, monotonie, simetrie, periodicitate). Funcțiile afine și funcțiile de gradul al doilea pot fi interpretate geometric, iar observația directă asupra graficelor favorizează dezvoltarea gândirii analitice și a competențelor de modelare. Este recomandată explorarea comportamentului funcțiilor prin modificarea parametrilor și analiza efectelor asupra graficului, pentru a consolida înțelegerea relației dintre expresia analitică și reprezentarea vizuală.

În predarea funcțiilor exponențiale, logaritmice și trigonometrice se vor utiliza exemple provenite din fizică, biologie, chimie și economie: creșteri populaționale, radioactivitate, pH, scări logaritmice, oscilații. Activitățile practice pot include construcția și interpretarea graficelor în contexte experimentale. Evaluarea va urmări nu doar aplicarea formulelor, ci și capacitatea elevilor de a interpreta proprietățile funcțiilor și de a

modela situații reale. Se pot utiliza portofolii digitale, proiecte interdisciplinare, fișe de explorare grafică, precum și evaluări orale bazate pe argumentarea geometrică și numerică a rezultatelor. Formele de evaluare non-formală (expoziții digitale de grafice, postere tematice, mini-rapoarte de laborator matematic) pot stimula motivația și creativitatea elevilor.

Studiul **numerelor complexe** are ca obiectiv atât rafinarea capacității de abstractizare a elevului de clasa a-X-a, cât şi studiul unor aplicaţii concrete ale acestor numere în domenii precum fizică, electronică, chimie, ș.a.m.d. Se recomandă evidenţierea necesităţii introducerii acestui capitol drept răspuns la anumite tipare de probleme ce nu se pot soluționa în mulțimea numerelor reale (mai exact, rezolvarea ecuaţiei de gradul al doilea în cazul în care discriminantul este negativ). Primele activități ce pot fi abordate ar trebui să includă exerciții de calcul al modulului, conjugatului unui numărul complex, precum şi operații cu numere complexe.

Pentru a sublinia caracterul interdisciplinar al acestui capitol, sugerăm profesorului de la clasă anumite aplicații precum interpretarea numerelor complexe în analiza oscilațiilor (fizică), studiul circuitelor electrice (electrotehnică) sau analiza semnalelor. În cazul în care profesorul dispune de un capital mai mare de timp, se recomandă tratarea formei trigonometrice a unui număr complex, respectiv aplicații ale numerelor complexe în Geometrie. Mai mult, se pot utiliza aplicații software (GeoGebra, Desmos, PhET) cu scopul de a descrie aceste aplicaţii în Geometrie.

Se recomandă fixarea unor abilități de baza precum înlocuirea cu forma algebrică în exerciții, aplicarea condiției de egalitate a două numere complexe, însușirea algoritmului de rezolvare a ecuației de gradul al doilea cu discriminant negativ.

Evaluarea poate să includă diverse exerciții cu forma algebrică a numerelor complexe atât în format scris (test) cât şi la tablă (evaluare orală). Se recomandă și utilizarea evaluării formative, prin fișe de reflecție și feedback, precum și a evaluărilor non-formale, precum proiecte tematice sau prezentări care evidențiază aplicabilitatea numerelor complexe în fenomene reale.

Clasa a XI-a

Studiul **matricelor și al determinanților** oferă o oportunitate de a dezvolta gândirea logică, abstractă și algoritmică a elevilor, evidențiind importanța acestora în modelarea situațiilor reale. Predarea noțiunii de matrice poate începe cu exemple concrete din științele naturii, cum ar fi reprezentarea datelor experimentale în tabele sau matricea de transformare a coordonatelor într-un experiment fizic. Operațiile cu matrice vor fi introduse treptat, prin activități exploratorii și probleme cu semnificație practică (de exemplu, analiza costurilor și a fluxurilor de transport), subliniindu-se proprietățile algebrice și aplicabilitatea lor. Determinanții pot fi abordați atât din perspectivă numerică, cât și geometrică, punând accent pe calculul acestora prin metode variate și pe semnificația lor în geometrie analitică (coliniaritate, arie, ecuația unei drepte).

Activitățile practice pot include reprezentarea matricelor în contexte reale, utilizarea aplicațiilor software (Excel, GeoGebra, Python) pentru calculul determinantului, precum și simulări de probleme de transport sau optimizare. În predarea inversei unei matrice, profesorul poate recurge la vizualizări grafice și exerciții de verificare prin multiplicare, consolidând înțelegerea procesului. Evaluarea poate fi realizată prin probe scrise, dar și prin metode formative – portofolii tematice, proiecte interdisciplinare, lucrări practice în care elevii construiesc modele matematice pentru situații reale. Se recomandă și utilizarea evaluării non-formale prin activități de tip „atelier de aplicații”, în care elevii compară soluțiile obținute prin metode tradiționale și digitale.

Abordarea conceptului de **limită** trebuie realizată gradual, pornind de la interpretarea grafică și intuiția vizuală a comportamentului unei funcții în vecinătatea unui punct. Profesorul va utiliza exemple numerice, reprezentări grafice și activități de explorare digitală (GeoGebra, Desmos) pentru a facilita trecerea de la percepția concretă la formularea abstractă a noțiunii de limită. În predarea continuității, accentul se va pune pe relația dintre reprezentarea grafică și definiția analitică, utilizând situații reale din științele naturii (variația continuă a unei temperaturi, presiuni sau concentrații chimice). Este recomandată corelarea noțiunilor de limită și continuitate cu cele de mărginire și vecinătate, pentru a consolida intuiția elevilor asupra comportamentului funcțiilor în apropierea unui punct.

Activitățile practice pot include interpretarea grafică a limitelor laterale, identificarea asimptotelor și explorarea situațiilor de discontinuitate. În contexte interdisciplinare, noțiunea de limită poate fi aplicată în fizică (analiza mișcării uniform variate), biologie (modele de creștere logistică) sau economie (evoluția marginală a unor indicatori). Evaluarea poate fi realizată prin sarcini de tip investigațional, fișe de observare, reflecții scrise asupra interpretărilor grafice și exerciții de calcul asistate digital. Formele non-formale de

evaluare – de exemplu, realizarea unei prezentări despre comportamentul asimptotic al unei funcții reale – pot stimula gândirea critică și competențele digitale ale elevilor.

Introducerea noțiunii de **derivată** se va face prin evidențierea legăturii dintre geometrie și analiză, utilizând conceptul de tangentă la graficul unei funcții. Profesorul poate apela la vizualizări interactive care arată cum tangenta se deplasează de-a lungul graficului, ilustrând ideea de rată de variație instantanee. Este recomandată o abordare comparativă între sensul geometric, fizic și numeric al derivatei, prin raportarea la variația poziției, vitezei și accelerației. Derivata trebuie prezentată ca un instrument de analiză a fenomenelor continue, iar regulile de derivare pot fi învățate inductiv, prin activități practice și probleme aplicate în contexte reale.

Aplicațiile interdisciplinare ale derivatei pot fi ilustrate prin modele de mișcare (fizică), reacții chimice (viteze de reacție), creșteri biologice sau variații economice. Elevii pot fi implicați în activități de simulare digitală (de exemplu, în GeoGebra sau PhET), pentru a observa modificarea pantei tangentei și semnificația fizică a acesteia. Evaluarea se poate realiza prin probe scrise, teste formative de interpretare grafică, mini-proiecte experimentale sau activități de tip „laborator de funcții", în care elevii analizează comportamentul unei funcții în jurul unui punct. Formele non-formale, cum ar fi prezentările interactive sau portofoliile digitale tematice, pot contribui la dezvoltarea gândirii aplicative și a competențelor transversale.

Studiul **aplicațiilor derivatei** oferă cadrul ideal pentru integrarea conceptuală a cunoștințelor de analiză matematică. Profesorul va ghida elevii spre descoperirea relației dintre semnul derivatei și proprietățile funcției – monotonia, puncte de extrem, convexitatea – prin investigație și analiză grafică. Regulile lui l'Hôspital pot fi introduse prin exemple concrete de nedeterminări, accentuând raționamentul logic și interpretarea geometrică. Construirea tabelelor de variație trebuie realizată treptat, corelând calculele analitice cu observațiile grafice obținute prin mijloace digitale, astfel încât elevii să poată formula concluzii sintetice privind comportamentul funcției.

Aplicațiile în domenii conexe trebuie valorificate constant: probleme de optimizare în fizică (minimizarea energiei), chimie (maximizarea randamentului), biologie (analiza dinamicii populaționale) sau economie (determinarea profitului maxim). Activitățile practice pot include proiecte interdisciplinare sau simulări numerice în care elevii investighează relațiile dintre mărimi variabile. Evaluarea poate fi realizată prin teste scrise, analize grafice individuale, proiecte aplicative și prezentări ale rezultatelor modelării unor fenomene reale. Se recomandă și forme de evaluare non-formală – postere științifice, expoziții tematice digitale, reflecții scrise asupra procesului de optimizare – care să evidențieze legătura dintre analiza matematică și lumea reală.

Clasa a XII-a

Predarea **sistemelor de ecuații liniare** oferă cadrul pentru dezvoltarea gândirii logice și a raționamentului algoritmic. Abordarea didactică trebuie să înceapă prin înțelegerea formei generale a unui sistem de ecuații și a semnificației geometrice a soluțiilor (intersecția a două sau mai multe plane). Profesorul poate introduce noțiunea de rang al unei matrice ca instrument esențial pentru clasificarea sistemelor, utilizând reprezentări vizuale și tabele comparative între sisteme compatibile determinate, compatibile nedeterminate și incompatibile. Se recomandă folosirea metodelor euristice și a exemplelor numerice simple, urmate de probleme aplicative în contexte practice, precum calculul fluxurilor în rețele sau modelarea echilibrului chimic.

În etapa de aprofundare, elevii pot utiliza metode digitale pentru verificarea rezultatelor (GeoGebra, WolframAlpha, Excel), facilitând înțelegerea relațiilor dintre ecuații și soluțiile lor. Activitățile practice pot include rezolvarea sistemelor cu maximum patru necunoscute prin metoda lui Cramer, interpretarea geometrică a soluțiilor și reducerea sistemelor la formă de tip Cramer. Evaluarea poate combina probe scrise tradiționale cu metode formative: proiecte aplicative, portofolii digitale, exerciții de identificare a modelelor de date care se pot descrie prin sisteme liniare. În contexte interdisciplinare, elevii pot fi implicați în activități de modelare a unor fenomene fizice sau economice, consolidând legătura dintre matematică și realitate.

Predarea **geometriei analitice în spațiu** trebuie să îmbine rigoarea matematică cu vizualizarea geometrică. Se recomandă introducerea reperului cartezian tridimensional prin activități exploratorii, în care elevii identifică pozițiile relative ale punctelor și determină distanțe și relații de coplanaritate. Profesorul va utiliza reprezentări grafice tridimensionale, inclusiv aplicații digitale (GeoGebra 3D, Cabri 3D), pentru a facilita înțelegerea ecuației planului și a pozițiilor relative dintre două sau trei plane. Noțiunile de volum al tetraedrului și condiția de coplanaritate pot fi abordate atât analitic, cât și prin activități de tip investigativ, stimulând raționamentul spațial.

Aplicațiile practice pot include calculul volumelor în contexte din fizică (determinarea volumului unui corp cu formă piramidală), chimie (modelarea moleculelor) sau biologie (estimarea volumelor unor structuri naturale). Elevii pot fi încurajați să realizeze modele 3D folosind aplicații digitale sau materiale concrete. În ceea ce privește evaluarea, se recomandă o combinație între metode tradiționale (probleme de calcul și demonstrații) și evaluări alternative, precum prezentări digitale sau mini-proiecte care explorează interpretările geometrice ale sistemelor liniare. Evaluarea formativă continuă poate sprijini dezvoltarea capacității de analiză și a gândirii vizual-analitice.

Abordarea noțiunii de **primitivă** trebuie realizată gradual, pornind de la recunoașterea relației dintre derivare și integrare. Profesorul poate introduce conceptul de integrala nedefinită prin exemple concrete (determinarea unei funcții cunoscând variația ratei sale de creștere) și prin activități care valorifică sensul geometric al procesului invers derivării. Utilizarea tabelului de primitive uzuale va fi însoțită de exerciții de identificare și verificare, accentuând proprietățile de liniaritate ale integralei nedefinite. Noțiunea de ecuație diferențială se poate introduce prin contexte din științele naturii, care implică variații continue ale unor mărimi.

În contexte interdisciplinare, elevii pot aplica noțiunile de integrale nedefinite și ecuații diferențiale simple la descrierea proceselor de creștere, răcire sau descompunere radioactivă. Activitățile practice pot include interpretarea grafică a soluțiilor ecuațiilor diferențiale, realizarea de simulări numerice sau modelarea unor fenomene fizice cu ajutorul software-urilor specializate. Evaluarea se poate realiza prin probe de calcul, dar și prin metode formative: portofolii tematice, proiecte interdisciplinare și rapoarte de investigație. Se recomandă, de asemenea, evaluarea non-formală prin activități de tip „atelier aplicativ”, unde elevii formulează și verifică modele matematice simple.

Studiul **integralei definite** trebuie să înceapă cu interpretarea sa geometrică, ca arie a subgraficului unei funcții continue și pozitive. Profesorul va utiliza reprezentări grafice și aplicații digitale pentru a ilustra procesul de aproximare prin sume de tip Riemann și pentru a facilita înțelegerea proprietăților fundamentale ale integralei: liniaritate, monotonie, aditivitate. Formula lui Leibniz-Newton trebuie abordată prin activități de descoperire ghidată, pentru a evidenția legătura dintre integrala definită și derivata unei funcții. Elevii pot exersa metodele de integrare prin schimbare de variabilă și prin părți, într-o manieră care să combine rigurozitatea analitică cu intuiția geometrică.

Aplicațiile integralei definite pot fi valorificate în numeroase contexte practice și interdisciplinare: calculul ariei suprafețelor, determinarea volumelor corpurilor de rotație (sferă, cilindru, con), evaluarea lucrului mecanic sau a energiei stocate. Activitățile practice pot include folosirea aplicațiilor digitale (GeoGebra, Desmos) pentru vizualizarea corpurilor generate prin rotație și estimarea numerică a integralelor.

Evaluarea se poate realiza prin probe scrise, lucrări de laborator digital, proiecte tematice sau prezentări care ilustrează utilizarea integralei în științe. Se recomandă și forme de evaluare non-formală, cum ar fi expoziții de modele digitale sau postere științifice care integrează interpretarea geometrică și aplicativă a integralei.

GRUP DE LUCRU

Nume și prenume	Funcție/Titlu științific	Instituție de apartenență, localitate, județ
Albișoru Andrei-Florin	Lector univ. dr.	Universitatea „Babeș - Bolyai”, Cluj-Napoca, Cluj
Andronache Mariean	profesor	Societatea de Științe Matematice din România
Ciupală Cătălin	profesor	Colegiul Național „Andrei Șaguna”, Brașov
Cojocnean Mihaela	profesor	Colegiul Național „Alexandru Papiu Ilarian”, Târgu Mureș, Mureș
Crăciunescu Aurelian	Lector univ. dr.	Universitatea de Vest, Timișoara, Timiș
Cristea Cătălin Doru	profesor	Colegiul Național Pedagogic „Ștefan Velovan”, Craiova, Dolj
Erculescu Laura Maria	consilier	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare
Ileana Ioana	profesor	Colegiul Național Pedagogic „C. Cantacuzino”, Târgoviște, Dâmbovița
Lobonț Dorin Cristian	profesor	Colegiul Național Pedagogic „Mihai Eminescu”, Târgu Mureș, Mureș
Mincu Gabriel	Lector univ. dr.	Universitatea din București
Monea Mihai Petru	profesor	Colegiul Național „Decebal”, Deva, Hunedoara
Muntean Valerica Doina	profesor	Colegiul Național „Ioan Slavici”, Satu Mare
Nica Ionuț Bogdan	profesor	Colegiul Național „Constantin Carabella”, Târgoviște, Dâmbovița
Nuță Marilena	profesor	Școala Generală „I. G. Duca”, București
Stănică Nicolae Cătălin	profesor	Colegiul Național „Gh. M. Murgoci”, Brăila
Stoianovici Gheorghe	profesor	Liceul Teoretic „Mihai Eminescu”, Călărași
Zubașcu Andreica Florica	profesor	Colegiul Național „Andrei Șaguna”, Brașov

RESPONSABILI/COORDONATORI ȘTIINȚIFICI

Nume și prenume	Funcție/Titlu științific	Instituție de apartenență	Calitate
Cristescu Bogdan	Director General	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare	Coordonator GL
Vrînceanu Gabriel Narcis	Șef Serviciu Dezvoltare Curriculum	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare	Coordonator GL
Streinu-Cercel Gabriela	consilier	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare	Coordonator GLC aria curriculară *Matematică și științe ale naturii*
Chiș Mihai	Lector univ. dr.	Universitatea de Vest, Timișoara, Timiș	Coordonator științific
Paraschiv Alina	inspector școlar	Inspectoratul Școlar al Municipiului București - Colegiul Național „Elena Cuza”, București	Responsabil