Anexa nr. 27 la ordinul ministrului educației și cercetării nr. 6930 / 19.12.2025

Programa școlară
pentru disciplina

Matematică

Clasele a IX-a – a XII-a

Trunchi comun și curriculum de specialitate (TC+CS)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Învățământ liceal

- 2025 -

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII MINISTRU

Anexa nr. 27
Programa şcolară pentru disciplina *Matematică* clasele a IX-a – a XII-a, trunchi comun şi curriculum de specialitate (TC + CS)

- *Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

NOTĂ DE PREZENTARE

1. Statutul disciplinei şi alocarea orară

Prezenta programă şcolară completează curriculumul pentru disciplina *Matematică*, cu aplicare pentru clasele din învăţământul liceal, *filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*, forma cu frecvenţă zi, începând cu anul şcolar 2026-2027.

Această programă şcolară include şi componentele programei şcolare pentru disciplina Matematică, segmentul curricular *trunchi comun (TC)*, în conformitate cu prevederile Legii învăţământului preuniversitar 198/2023, Art.86.(2).

Pentru *filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*, în conformitate cu planurile-cadru pentru învăţământul liceal, forma cu frecvenţă zi, aprobate ca anexe la OMEC nr. 4350/2025, studiul disciplinei are următoarea alocare orară săptămânală, defalcată pe segmentul *trunchi comun (TC)*, respectiv pe segmentul *curriculum de specialitate (CS)*:

An de studiu	Clasa a IX-a		Clasa a X-a		Clasa a XI-a		Clasa a XII-a	
Tip segment curricular	*TC*	*CS*	*TC*	*CS*	*TC*	*CS*	*TC*	*CS*
Nr. săptămânal de ore	2	2	2	2	-	4	-	5

Aplicarea prezentei programe se realizează progresiv, începând cu anul şcolar 2026-2027.

Programa şcolară pentru disciplina *Matematică_TC+CS_matematică-informatică*, destinată elevilor din filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică, este concepută ca un parcurs relevant, coerent şi consecvent, adresat elevilor care urmează să studieze matematica la un nivel mai avansat faţă de componentele incluse în trunchiul comun, şi care manifestă interes atât pentru abordări riguroase, cât şi pentru aplicaţii din domeniile STEM.

Studiul matematicii la acest profil nu reprezintă doar acumularea de cunoştinţe, ci constituie o dimensiune esenţială a formării intelectuale, susţinând dezvoltarea gândirii logice, algoritmice şi abstracte. Numeroase descoperiri ştiinţifice, tehnologii moderne, metode computaţionale şi dezvoltări în informatică îşi au originea în idei şi în modele matematice; în acelaşi timp, provocări actuale din ştiinţe, tehnologie, economie, inteligenţă artificială sau viaţa socială stimulează permanent apariţia unor direcţii matematice noi.

În acest context, matematica este privită ca instrument fundamental pentru descrierea şi analizarea structurii, cantităţii, variaţiei şi incertitudinii, dar şi ca un cadru conceptual transferabil în proiectarea algoritmilor, modelarea proceselor, prelucrarea datelor şi optimizarea sistemelor tehnologice. Programa pentru disciplina *Matematică_TC+CS_matematică-informatică* urmăreşte întărirea capacităţii de argumentare, a înţelegerii profunde şi a competenţelor de modelare matematică.

Demersul didactic propus combină atât explorarea fenomenelor reale şi a problemelor aplicate ca punct de plecare spre conceptele matematice, cât şi utilizarea structurilor matematice pentru rezolvarea situaţiilor reale sau simulate, inclusiv în contexte corelate cu ştiinţele naturii, cu domeniul tehnic sau cu informatica. Pentru profilul real, specializarea matematică-informatică, accentul se pune pe rigoare, claritate conceptuală, conexiuni interdisciplinare şi formarea unei autonomii intelectuale solide, necesare pentru studiul ulterior al matematicii şi/sau al disciplinelor conexe.

Reprezentarea riguroasă a conceptelor, analizarea şi argumentarea coerentă, urmate de modelarea în contexte relevante - de la situaţii din fizică şi tehnologie până la probleme algoritmice - oferă elevilor cadrul necesar pentru a dobândi competenţe durabile, specifice profilului/specializării. Elevul este încurajat să analizeze critic, să valideze rezultate prin raţionamente solide şi să transfere metodele matematice în alte domenii.

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII

Astfel, prin studiul matematicii în cadrul programei *Matematică_TC+CS_matematică-informatică*, absolventul de liceu înțelege în profunzime procesele de calcul, evaluează plauzibilitatea rezultatelor, recunoaște limitele și potențialul modelelor matematice și este capabil să utilizeze matematica pentru a formula, analiza și rezolva probleme din dimeniul științe-tehnologie-inginerie-arte-matematică (ȘTIAM).

2. Cadrul legislativ

Elaborarea prezentei programe școlare este bazată pe documente fundamentale care definesc viziunea și structura curriculumului național:

- Legea învățământului preuniversitar nr. 198/2023, cu modificările și completările ulterioare
- Planurile-cadru pentru învățământul liceal, OMEC nr. 4350/2025
- Profilul de formare al absolventului, OME nr. 6731/2023, care asigură coerența verticală a parcursului școlar, de la învățământul primar la cel liceal
- Recomandarea Consiliului UE privind competențele-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții, 2018
- Planul de acțiune al Consiliului UE privind competențele de bază, 2025.

Programa școlară asigură integrarea unor teme transversale prevăzute de Legea învățământului preuniversitar nr. 198/2023, susținând dezvoltarea competențelor elevilor în domenii precum: educația pentru mediu, educația pentru sănătate, educația financiară, gândirea critică (detectarea erorilor logice), securitate cibernetică (utilizarea avizată și responsabilă a instrumentelor digitale și a asistenței inteligenței artificiale) și contribuind astfel la înțelegerea contextelor socio-economice și a dinamicii acestora (modelarea creșterii/descreșterii, interpretarea statistică a datelor etc.)

3. Continuitate și progresie curriculare - de la gimnaziu la liceu

La nivelurile de învățământ anterioare (primar și gimnazial), rezolvarea de probleme s-a realizat predominant în contexte predefinite, cu cerințe explicite și structuri relativ clar delimitate. În ciclul liceal, iar în mod special la profilul matematică-informatică, accentul se deplasează către situații-problemă deschise, ancorate în contexte cotidiene sau de specialitate STEM, complete sau parțiale, în care solicitările pot fi implicite sau pot genera noi întrebări relevante. În aceste situații, formularea întrebărilor devine o componentă esențială a procesului de învățare: ce elemente sunt relevante? ce mărimi intervin și cum pot fi măsurate? care sunt variabilele și ce invarianți pot fi identificați? ce ipoteze sunt rezonabile în raport cu contextul și ce limitări impun acestea?

Acest demers conduce în mod natural la activități de modelare, specifice atât matematicii avansate, cât și domeniilor STEM: construirea unor reprezentări adecvate (analitice, geometrice, grafice, algoritmice, structurale), alegerea unui nivel justificat de exactitate, simularea sau verificarea rezultatelor și validarea lor în raport cu situația reală sau cu modelul matematic vizat. Scopul nu este obținerea de modele complicate, ci identificarea unor structuri eficiente, generalizabile și transferabile către probleme noi: **întrebări bine formulate → reprezentări adecvate → nivel de precizie justificat → validare prin estimare și raportare la context**.

Având în vedere că în învățământul gimnazial elevii au dobândit o bază comună pentru identificarea datelor, analizarea relațiilor, prelucrarea informației și utilizarea conceptelor și algoritmilor, iar accentul a fost pus pe estimare și aplicare în contexte cotidiene, studiul matematicii în liceu, în special la specializarea matematică-informatică extinde și aprofundează această bază. Se intensifică utilizarea reprezentărilor multiple și complementare (algebrice, geometrice, funcționale, statistice, algoritmice), se introduc analize comparative între seturi de date sau structuri matematice concrete sau abstracte, iar modelarea se extinde către situații-problemă relevante: măsurări indirecte, optimizări, probleme de costuri, prelucrarea și interpretarea seturilor de date variabile în timp, simulări numerice sau modele discrete utilizate în informatică.

4. Repere reflexive și intradisciplinaritate. Puntea spre interdisciplinaritate

Programa școlară pentru *Matematică_TC+CS_matematică-informatică* se sprijină pe o rețea intradisciplinară de idei fundamentale, care se susțin reciproc și structurează parcursul de învățare la un nivel avansat, cu deschidere către domeniile STEM:

- **număr și calcul** – instrumente pentru estimare, control al plauzibilității, analiză numerică și pregătirea utilizării metodelor de calcul în contexte aplicate;
- **structură și relații** (logică matematică, mulțimi, relații, funcții, structuri algebrice elementare) – limbajul formal necesar pentru descrierea și compararea obiectelor, construirea modelării și argumentării riguroase;

ROMÂNIA MINISTRUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

- **reprezentări multiple** (numerice, grafice, geometrice, algebrice, funcționale, algoritmice) – exersarea transferului între moduri de reprezentare, esențială pentru analizarea variației și pentru interpretarea modelelor matematice complexe;
- **spațiu și formă** (măsurare, reprezentări în coordonate carteziene sau în planul complex) – înțelegerea relațiilor spațiale, a măsurărilor directe și indirecte, determinarea ariilor și volumelor;
- **variație și schimbare** (funcții, pante, rate de schimbare, calcul diferențial și integral) – descrierea dependențelor între mărimi, interpretarea variației locale și globale, optimizare, modelarea proceselor continue și analizarea evoluțiilor în timp;
- **incertitudine și variabilitate** (statistică, probabilități) – repere pentru analizarea datelor, estimări, interpretarea distribuțiilor și luarea unor decizii fundamentate pe date;
- **educație financiară și modele economice elementare** – suport matematic pentru deciziile personale și pentru interpretarea situațiilor economice, incluzând rate de dobândă, optimizări și estimări pe baza variației și acumulării.

5. Lectura programei școlare în vederea transpunerii în procesul de predare-învățare-evaluare

Programa școlară *Matematică_TC+CS_matematică-informatică* este calibrată pentru bugetul de patru ore/săptămână la fiecare dintre clasele a IX-a, a X-a, a XI-a și cinci ore/săptămână la clasa a XII-a, asigurând o rezervă de 25% din timpul alocat disciplinei, la dispoziția cadrului didactic pentru activități de recuperare, consolidare sau de progres.

Structura programei școlare include, pe lângă *Nota de prezentare*, următoarele elemente:

- Competențe generale
- Competențe specifice și exemple de activități de învățare
- Conținuturi
- Sugestii metodologice

Competențele generale vizate la nivelul disciplinei *Matematică* integrează achizițiile de cunoaștere și de comportament așteptate. Acestea sunt comune programelor școlare de matematică pentru gimnaziu și pentru liceu, subliniind orientarea generală a procesului educațional la matematică.

Competențele specifice sunt competențe derivate din competențele generale și reprezintă etape măsurabile în formarea și dezvoltarea acestora.

Pentru formarea și dezvoltarea competențelor specifice, în programă sunt propuse *exemple de activități de învățare*, care valorifică experiența concretă a elevului și care definesc contexte de învățare variate. Exemplele de activități de învățare reflectă și valorifică elemente specifice domeniului cunoașterii științifice: observare, experiment, modelare, argumentare logică, analiză comparativă, formulare de concluzii etc.

Programa școlară *Matematică_TC+CS_matematică-informatică* propune exemple de activități de învățare, pe care profesorul poate să le modifice, să le completeze sau să le înlocuiască cu altele adecvate clasei de elevi. Devine astfel posibil să se realizeze un demers didactic personalizat, care să asigure formarea/dezvoltarea competențelor prevăzute de programă, în contextul specific al fiecărei clase de elevi. Se propun raționamente și strategii care să consolideze exprimarea și argumentarea matematică, evitând formalismul excesiv.

Conținuturile reprezintă decupaje didactice ale unor domenii ale matematicii, relevante pentru descrierea lumii înconjurătoare, structurate și abordate în această programă astfel încât să fie accesibile elevilor. Ele sunt mijloace informaționale adecvate formării și dezvoltării competențelor specifice. Conținuturile sunt selectate pe baza principiului continuității și al coerenței și sunt interconectate, astfel încât, după parcurgerea lor integrală, elevul să fie capabil să realizeze conexiuni între idei, texte cu conținut matematic, reprezentări vizuale și formule, în scopul rezolvării unor probleme diverse, de natură teoretică sau practic-aplicativă.

Sugestiile metodologice reprezintă o componentă a programei școlare care propune modalități și mijloace pentru realizarea demersului didactic, punând accent pe învățarea bazată pe investigare, argumentare și validare, în vederea dezvoltării gândirii critice și a autonomiei intelectuale.

Astfel, programa școlară *Matematică_TC+CS_matematică-informatică* oferă un cadru clar de utilizare: competențele generale stabilesc direcția de învățare; competențele specifice, ordonate pe ani de studiu, precizează pașii de progres; domeniile de conținut indică terenul pe care aceste competențe sunt exersate; exemplele de activități de învățare arată cum se poate genera învățarea, iar asocierea standardelor naționale de evaluare cu programa școlară de matematică asigură calibrarea și comparabilitatea rezultatelor așteptate.

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Programa recomandă, cu caracter imperativ, utilizarea instrumentelor digitale, precum şi folosirea unui asistent de tip inteligenţă artificială (IA) pentru explorare şi verificare, cu condiţia ca elevul să realizeze validarea critică a soluţiei propuse şi să poată explica limitele acesteia.

În consecinţă, prin intermediul programei şcolare *Matematică_TC+CS_matematică-informatică*, li se oferă elevilor care urmează profilul real, specializarea matematică-informatică, oportunitatea formării unui set de deprinderi durabile, necesare în domeniile avansate ale ştiinţei şi tehnologiei: reprezentarea corectă şi eficientă a situaţiilor, utilizarea conştientă a conceptelor fundamentale, analizarea şi argumentarea riguroasă, modelarea în contexte autentice şi verificarea coerentă a rezultatelor. Aceste deprinderi susţin învăţarea autonomă, capacitatea de investigare şi adaptarea flexibilă la probleme noi, consolidând atribute esenţiale ale absolventului de profil: reflexivitate (prin controlul plauzibilităţii şi evaluarea critică a soluţiilor), responsabilitate (prin decizia informată şi contextualizată), comunicare riguroasă (prin argumentarea clară şi structurată a demersului matematic şi a soluţiilor obţinute), capacitate de analiză şi sinteză (prin extragerea caracteristicilor şi modelarea matematică a unei situaţii date şi prin integrarea achiziţiilor din diferite domenii), ceea ce asigură relevanţa în formarea competenţelor necesare integrării în societate.

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII

COMPETENȚE GENERALE (CG)

CG.1	**Identificarea** unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
CG.2	**Prelucrarea** unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
CG.3	**Utilizarea** conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
CG.4	**Exprimarea** în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
CG.5	**Analizarea** caracteristicilor matematice ale unei situații date
CG.6	**Modelarea** matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ★ ROMÂNIA ★ MINISTRU

CLASA a IX-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS)
ȘI
EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

IX.CS.1.1. Identificarea propozițiilor elementare din care este alcătuit un enunț matematic
- Identificarea propozițiilor simple care formează un enunț dat *- Precizarea valorii de adevăr a propozițiilor simple dintr-un enunț dat* *- Identificarea conjuncției sau a disjuncției (și ori sau) a două propoziții dintr-un enunț dat*
IX.CS.1.2. Identificarea elementelor specifice șirurilor/progresiilor în contexte variate
- Identificarea rației și a unui termen al unei progresii aritmetice sau geometrice, pornind de la enumerarea unui număr de termeni, în contexte uzuale (de exemplu, economisirea banilor, planificarea unui abonament lunar, creșterea consumului de apă, distanțele parcurse zilnic etc.) *- Scrierea termenului general al unei serii de date (șir definit descriptiv) în contexte aplicative din viața cotidiană (de exemplu, dobândă simplă/dobândă compusă, prețuri, dinamica populației evoluția performanței sportive, costul în timp al unui abonament, planificarea orelor de studiu etc.)* *- Identificarea unor formule de recurență pe bază de raționamente de tip inductiv*
IX.CS.1.3. Identificarea unor relații de tip dependență funcțională între variabile sau entități, pentru a evidenția elemente ale funcțiilor
- Identificarea unor puncte semnificative de pe graficul unei funcții *- Recunoașterea semnificației coordonatelor punctelor de intersecție cu axele de coordonate în contexte practice (de exemplu, traiectoria unei mingi de baschet aruncate, numărul de vizualizări pe o platformă în funcție de timp etc.)* *- Identificarea domeniului de definiție și a imaginii unei funcții pe reprezentări grafice date, explicând rolul acestora în contexte practice (de exemplu, costul cumpărăturilor în funcție de produse, numărul de vizualizări ale unui videoclip în funcție de timp, temperatura unui lichid în funcție de timp într-un experiment etc.)*
IX.CS.1.4. Identificarea pe cercul trigonometric a punctelor asociate unor numere reale
- Recunoașterea, pe cercul trigonometric, a unor măsuri în grade și în radiani *- Identificarea legăturilor între coordonatele unghiulare, coordonatele metrice și coordonatele carteziene pe cercul trigonometric* *- Precizarea cadranului în care sunt situate punctele asociate unor numere reale date din intervalul* $[0,2\pi]$
IX.CS.1.5. Identificarea elementelor necesare pentru calcularea unor măsuri (lungimi de segmente, unghiuri, arii)
- Identificarea, într-un triunghi dat, a unghiului dintre două laturi date *- Identificarea, într-un triunghi dat, a unghiului opus unei laturi date sau a laturii opuse unui unghi dat* *- Identificarea, într-un triunghi, a unghiurilor alăturate unei laturi date*

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

IX.CS.2.1. Identificarea operațiilor cu propoziții elementare din cadrul unui enunț matematic
- Identificarea operatorului logic în cazul unui enunț format din două propoziții legate printr-o operație *- Determinarea valorii de adevăr a unui enunț format din două propoziții legate prin și/sau/implică/ echivalent* *- Determinarea valorii de adevăr a unui predicat* $P(n)$*, cu* $n \geq n_0$ *(*$n_0 \in \mathbb{N}$*), pentru valorile inițiale ale lui* n *(*n_0*,* n_0+1 *etc.)*
IX.CS.2.2. Efectuarea de calcule pentru determinarea elementelor șirurilor, progresiilor aritmetice și geometrice, utilizând formule specifice
- Efectuarea de calcule pentru determinarea unor termeni de rang dat ai unui șir/unei progresii ce vizează aspecte din viața cotidiană (de exemplu, evoluția cheltuielilor săptămânale, planificarea timpului de studiu, creșterea numărului de pași într-un program de fitness etc.)

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

- Efectuarea de calcule pentru determinarea sumei primilor n termeni ai unei progresii bine determinate pentru rezolvarea unor situații din viața cotidiană (de exemplu, economisirea unor sume de bani, estimarea consumului datelor mobile etc.) *- Prelucrarea unor date privind progresiile, provenite din contexte reale (de exemplu, economii lunare, creșterea unei populații sau evoluția unei investiții etc.), prin calcularea rației, a primului termen sau a unor termeni de rang dat*
IX.CS.2.3. Extragerea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ și structural, din reprezentări grafice pentru a descrie proprietățile unei funcții (monotonie, convexitate, puncte de extrem etc.) într-o situație practică dată
- Determinarea numărului de soluții ale ecuației $f(x)=0$ în reprezentări grafice date *- Preluarea/extragerea unor informații corelate legate de evoluția unei caracteristici în reprezentări grafice date sau în contexte aplicate (de exemplu, precizarea unui interval pe care o funcție este convexă și crescătoare/mișcare rectiline, uniform accelerată)* *- Descrierea proprietăților unei mărimi utilizând reprezentarea grafică (intervale de monotonie, puncte de extrem) într-un context dat (de exemplu, consumul de energie în funcție de timp, viteza unui atlet în funcție de energia consumată etc.)*
IX.CS.2.4. Stabilirea unor caracteristici calitative/cantitative folosind funcții trigonometrice, inclusiv folosind instrumente digitale
- Stabilirea semnului funcțiilor trigonometrice pentru un număr real folosind reducerea la primul cerc/ primul cadran *- Stabilirea valorilor funcțiilor trigonometrice pentru un număr real folosind reducerea la primul cerc/ primul cadran* *- Stabilirea cardinalului unor mulțimi de forma $\{\sin nq\pi \mid n\in\mathbb{Z}\}$ sau $\{\cos nq\pi \mid n\in\mathbb{Z}\}$, unde $q\in\mathbb{Q}$ este un număr nenul, folosind cercul trigonometric/periodicitatea*
IX.CS.2.5. Aplicarea unor metode adecvate pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii
- Determinarea măsurii unui unghi al unui triunghi (ascuțit, drept, obtuz) când se cunosc lungimile laturilor triunghiului *- Determinarea lungimii laturii unui triunghi când se cunosc lungimile celorlalte două laturi și măsura unghiului dintre acestea* *- Determinarea ariilor unor figuri geometrice cu elemente cunoscute*

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

IX.CS.3.1. Determinarea valorii de adevăr a unui enunț matematic format din propoziții legate prin operatori logici
- Negarea unui enunț format din două propoziții legate prin și/sau *- Negarea unui enunț format din două propoziții legate prin implicație/echivalență* *- Negarea unui enunț format din mai mult de două propoziții*
IX.CS.3.2. Aplicarea algoritmilor de calcul pentru determinarea unor termeni și a sumelor unor termeni consecutivi ai progresiilor aritmetice și geometrice, în diferite contexte
- Aplicarea algoritmilor de calcul pentru determinarea unei progresii abordate în contexte practice (modelarea unor fenomene din biologie, chimie etc.) *- Utilizarea formulelor pentru determinarea sumei primilor n termeni pentru progresii caracterizate prin diverse elemente* *- Aplicarea algoritmilor de calcul pentru determinarea unor termeni de rang dat pentru progresii caracterizate prin diverse elemente, în contexte cotidiene (de exemplu, evaluarea creșterii populației bacteriene într-un mediu controlat, determinarea nivelului apei într-un rezervor în funcție de zile, când creșterea este proporțională cu un factor fix, estimarea valorii unei investiții etc.)*
IX.CS.3.3. Aplicarea unor concepte și algoritmi matematici (funcții, rate de variație etc.), pentru a interpreta reprezentări grafice în scopul extragerii de informații relevante pentru rezolvarea, în contexte matematice, a unor probleme practice
- Determinarea ratei de variație a unei mărimi folosind reprezentarea grafică (de exemplu, distanța parcursă în funcție de timp, poziția unui pendul în funcție de timp etc.)

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

- Rezolvarea unor ecuații de forma $f(x)=0$, $f(x)=g(x)$, identificând mulțimea soluțiilor pe reprezentarea grafică a funcțiilor și explicând sensul acestora în contextul dat (de exemplu, compararea a două metode de promovare online, scăderea temperaturii vs creșterea temperaturii, compararea performanței a doi alergători etc.) *- Utilizarea proprietăților unor funcții pentru rezolvarea unor probleme practice (de exemplu, modificarea pH-ului dacă concentrația scade/crește, creșteri virale, probleme legate de creșterea populației etc.)*
IX.CS.3.4. Calcularea valorii unei funcții trigonometrice când se cunosc informații despre valorile unei alte funcții trigonometrice
- Calcularea uneia dintre valorile $\sin x$ sau $\cos x$ când se cunoaște cealaltă și cadranul în care se află punctul de pe cercul trigonometric corespunzător lui x *- Calcularea valorilor $\sin x$, $\cos x$ când se cunoaște una dintre valorile $\operatorname{tg} x$ sau $\operatorname{ctg} x$ și cadranul în care se află punctul de pe cercul trigonometric corespunzător lui x* *- Calcularea valorilor $\sin 2x$, $\cos 2x$, $\sin\frac{x}{2}$ sau $\cos\frac{x}{2}$ când se cunoaște una dintre valorile $\sin x$ sau $\cos x$ și cadranul în care se află punctul de pe cercul trigonometric corespunzător lui x*
IX.CS.3.5. Determinarea măsurilor unor unghiuri și a lungimilor unor segmente utilizând relații metrice
- Determinarea unei funcții trigonometrice a unui unghi al unui triunghi sau a măsurii unghiului când se cunosc lungimile laturilor triunghiului *- Determinarea lungimii medianei sau a lungimii bisectoarei unui triunghi când se cunosc lungimile laturilor triunghiului* *- Determinarea lungimii unui segment care unește un vârf al unui triunghi cu un punct situat pe latura opusă atunci când se cunosc raportul în care acest punct împarte latura pe care se află și lungimile laturilor triunghiului*

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

IX.CS.4.1. Precizarea structurii logice a unui enunț
- Precizarea valorii de adevăr a propoziției obținute prin folosirea unui cuantificator într-un predicat *- Identificarea predicatelor simple care alcătuiesc un enunț* *- Identificarea operațiilor cu predicate care corespund unui enunț matematic*
IX.CS.4.2. Transpunerea în limbaj specific matematic a unor situații din viața cotidiană referitoare la șiruri sau progresii în scopul analizării comportamentului acestora
- Reprezentarea unei situații din viața cotidiană (de exemplu, creșterea lunară a economiilor personale), printr-o progresie aritmetică și interpretarea rezultatelor *- Exprimarea cantitativă a unei situații dintr-un context cotidian (de exemplu, fenomene biologice, dobânzi etc.) printr-o progresie pentru analizarea comportamentului acesteia* *- Interpretarea calitativă și cantitativă a unei situații de reducere treptată a consumului (modelare cu progresie), pentru luarea unor decizii fundamentate pe datele obținute*
IX.CS.4.3. Exprimarea unor concluzii și justificări matematice, utilizând limbajul specific funcțiilor (simboluri, formule, expresii, reprezentări), pentru a comunica informații extrase din reprezentări grafice, în contexte matematice practice
- Exprimarea condițiilor pentru ca un element să aparțină domeniului de definiție sau imaginii unei funcții utilizând graficul funcției *- Exprimarea în limbaj matematic a relației dintre două variabile care descriu o situație practică (de exemplu, un grafic de consum, un grafic care arată evoluția prețului unui produs în funcție de cerere etc.) observând graficul funcției* *- Ordonarea unor valori cu ajutorul reprezentării grafice a funcției ce descrie o situație reală (de exemplu, distanța parcursă în diferite momente, compararea eficienței a trei metode de promovare online, compararea costurilor a doi furnizori în funcție de cantitate etc.)*
IX.CS.4.4. Stabilirea unor relații matematice utilizând calculul trigonometric
- Stabilirea unor identități folosind formulele pentru calcularea sinusului/cosinusului/tangentei unei sume/diferențe de numere reale *- Stabilirea unor identități folosind formulele de transformare a sumelor de funcții trigonometrice în produse sau de transformare a produselor în sume*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

- Stabilirea unor relații între valorile funcțiilor trigonometrice ale măsurilor unghiurilor unui triunghi
IX.CS.4.5. Caracterizarea în limbaj matematic a unei configurații geometrice folosind elemente de trigonometrie sau relații metrice
- Determinarea naturii unui triunghi într-o configurație geometrică dată folosind relații metrice *- Stabilirea coliniarității unor puncte situate pe dreptele suport ale laturilor unui triunghi* *- Stabilirea concurenței a trei drepte determinate de câte un vârf al unui triunghi și un punct situat pe dreapta suport a laturii opuse vârfului respectiv*

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

IX.CS.5.1. Formularea unui enunț matematic (axiomă, definiție, relație/proprietate/teoremă) asociat unei situații date
- Descompunerea unui set de date și cerințe în componente care corespund unor predicate simple *- Exprimarea legăturilor dintre elementele unui set de date și cerințe ca operații cu predicate* *- Asocierea unui enunț matematic unui set de date și cerințe*
IX.CS.5.2. Analizarea unor situații date în contexte intra și interdisciplinare, selectând modelul de progresie adecvat și metoda de rezolvare eficientă în funcție de datele disponibile
- Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă (de exemplu, deprecierea anuală a valorii unui echipament tehnologic, evoluția economiilor personale etc.) pentru a selecta modelului adecvat de progresie *- Compararea a două situații modelate prin progresii prin interpretarea cantitativă și calitativă a situațiilor, prin analiza modelelor matematice și luarea unei decizii justificate (de exemplu, compararea a două planuri de economisire, evoluția audienței online etc.)* *- Analizarea unei situații cotidiene prin modificarea parametrilor progresiei și interpretarea efectelor (de exemplu, uzura echipamentelor, campanie de plantare de copaci, producția zilnică dintr-o fabrică etc.)*
IX.CS.5.3. Analizarea unor situații date prin interpretarea reprezentărilor grafice și evidențierea soluțiilor posibile pentru a interpreta situații reale și a formula concluzii argumentate în contexte intra și interdisciplinare
- Analizarea proprietăților unor dependențe funcționale ce descriu situații practice în context intra și interdisciplinar (de exemplu, răcirea unui lichid, evoluția populației, concentrația unui medicament etc.) *- Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al doilea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații* *- Utilizarea unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor ecuațiilor și inecuațiilor asociate funcțiilor* *- Interpretarea coordonatelor unui punct de intersecție a două reprezentări grafice ca soluție a unei ecuații sau a unui sistem de ecuații, exprimând importanța acesteia în contextul practic dat (de exemplu, compararea a două oferte comerciale, traiectoria a două vehicule, eficiența campaniilor de promovare, evoluția veniturilor și a cheltuielilor etc.)*
IX.CS.5.4. Analizarea proprietăților funcțiilor trigonometrice folosind reprezentarea grafică sau cercul trigonometric
- Stabilirea valorilor reale x, situate într-un interval mărginit, când se cunoaște una dintre valorile $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ sau $\operatorname{ctg} x$ *- Stabilirea valorilor reale x, situate într-un interval mărginit, când se cunoaște o egalitate de forma $\sin f(x) = \sin g(x)$, $\cos f(x) = \cos g(x)$ sau $\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x)$* *- Interpretarea grafică a unor identități trigonometrice (de exemplu, $\sin x = \cos x$)*
IX.CS.5.5. Aplicarea unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii
- Aplicarea metodei optime pentru determinarea lungimii razei cercului circumscris unui triunghi sau a lungimii razei cercului înscris într-un triunghi când se cunosc anumite elemente ale triunghiului *- Determinarea ariilor unor figuri geometrice care pot fi descompuse în triunghiuri* *- Investigarea unor figuri geometrice în vederea evidențierii anumitor proprietăți în triunghi*

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

IX.CS.6.1. Validarea unui enunț matematic asociat unei situații date
- Negarea unei propoziții obținute prin folosirea unui cuantificator într-un predicat *- Compararea unui enunț matematic cu enunțul contrar* *- Determinarea, din punct de vedere logic, a corectitudinii pașilor unui raționament inductiv*
IX.CS.6.2. Modelarea matematică, folosind șirurile sau progresiile, a unor situații reale pentru interpretarea implicațiilor în contexte interdisciplinare și pentru luarea unor decizii fundamentate pe datele obținute
- Modelarea unei situații reale utilizând progresii, prin integrarea datelor din economie (plan de investiții), ecologie, pentru luarea unei decizii justificate *- Modelarea matematică a unui fenomen real cu impact social (de exemplu, răspândirea unei boli infecțioase) folosind progresia geometrică/aritmetică, interpretând implicațiile prin integrarea cunoștințelor din biologie* *- Modelarea matematică a unui scenariu complex, interdisciplinar (de exemplu, estimarea necesarului de resurse, de materii prime etc.), folosind șirurile/progresiile, prin integrarea acestor noțiuni în concepte din știință și tehnologie*
IX.CS.6.3. Modelarea unei situații reale, utilizând un model matematic (funcții, relații) construit pe baza datelor extrase din reprezentări grafice, pentru a explica, a anticipa sau a optimiza rezultate în contexte precum economie, biologie sau fizică
- Construirea unei funcții care exprimă o relație ce descrie o situație practică, după observarea unei reprezentări grafice în care este redată (de exemplu, formularea unei funcții pentru costul total în funcție de numărul de produse comandate când se dă graficul funcției etc.) *- Utilizarea echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice și trigonometrice* *- Modelarea cu ajutorul funcțiilor și/sau a relațiilor funcționale a unor situații practice (de exemplu, estimarea bugetului: costuri de producție, costuri achiziții; calcularea duratei unei călătorii sau a vitezei medii: distanța parcursă funcție de timp; stabilirea intervalului optim de administrare a unui medicament: concentrația unui medicament în sânge etc.)*
IX.CS.6.4. Descrierea unor relații între mărimi din diferite domenii, cu ajutorul funcțiilor trigonometrice
- Descrierea variației zilnice a înălțimii unei maree, a temperaturii corpului *- Descrierea variației în timp a abscisei și a ordonatei unui punct în mișcare circulară uniformă* *- Utilizarea instrumentelor digitale pentru construirea și explorarea modelelor funcționale caracterizate cu ajutorul funcțiilor trigonometrice*
IX.CS.6.5. Modelarea unor configurații geometrice utilizând metode metrice, trigonometrice, sintetice
- Determinarea unor elemente metrice folosind o hartă digitală *- Reconstituirea unor configurații geometrice atunci când se cunosc proprietăți exprimate prin relații metrice sau trigonometrice (de exemplu, construcția unui triunghi dacă se cunosc lungimile a două laturi și lungimea unei mediane sau dacă se cunosc lungimile a două laturi și măsura unui unghi)* *- Stabilirea unui model geometric al unei situații cotidiene pentru rezolvarea unei probleme practice (de exemplu, determinarea unor elemente metrice inaccesibile de pe un teren)*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII MINISTRU

CLASA a IX-a

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	**1. Elemente de logică matematică** • Propoziții, predicate; operații cu propoziții și predicate: negația, conjuncția, disjuncția, implicația, echivalența; cuantificatorul existențial și cuantificatorul universal; reguli de negare, reduce la absurd • Metoda inducției matematice *Notă* *Calculul propozițional se va ilustra cu exemple concrete simple: și = intersecție/sistem de relații, sau = reuniune/ansamblu de cazuri, non (A și B) = non A sau non B, non (A sau B) = non A și non B, există = cel puțin un element convine etc.*
	2. Șiruri și progresii[1] • Șiruri; moduri de definire a unui șir. Progresii aritmetice și progresii geometrice: determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii[2], caracterizarea unei progresii prin relația dintre orice trei termeni consecutivi, condiția ca n numere reale să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru $n \geq 3$ *Note* *[1]Șirurile/progresiile vor fi abordate în contexte practice: prețuri, dobândă simplă, dobândă compusă, dinamica populației, modelarea unor fenomene din biologie, chimie etc.* *[2]Aplicație: deducerea formulei* $a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + b^{n-1}\right)$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.
	3. Funcții **Proprietăți generale ale funcțiilor** • Funcții: definiție, exemple[1], modalități de a descrie o funcție, funcții egale, restricții ale unei funcții, imaginea unei funcții[1] • Reprezentarea grafică a unei funcții definite pe submulțimi ale lui $\mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, drepte în plan de forma $x = m$ sau de forma $y = m$, $m \in \mathbb{R}$; semnul unei funcții numerice, interpretarea geometrică a soluțiilor ecuațiilor de forma $f(x) = m$ și $f(x) = g(x)$ • Proprietăți ale funcțiilor numerice: monotonie, mărginire, paritate/imparitate, convexitate/concavitate; lecturi grafice[2] • Funcții obținute prin operații algebrice elementare (sumă, diferență, produs, raport); compunerea funcțiilor • Funcții injective, surjective, bijective, inversabile: definiție, interpretare geometrică pentru funcții numerice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă; lecturi grafice[3] *Note* *[1]Se vor prezenta și funcția modul, funcția parte întreagă, funcția parte fracționară.* *[2] Pentru noțiunile prezentate se vor folosi, de regulă, funcțiile afine, restricții ale acestora sau funcții definite pe mai multe ramuri ale căror restricții să fie funcții afine.* *[3]Aplicațiile vor viza recunoașterea proprietăților funcțiilor numerice (monotonie, mărginire, paritate/imparitate, convexitate/concavitate, injectivitate, surjectivitate) prin lectura unui grafic dat sau a unui grafic realizat cu ajutorul unor instrumente digitale.* **Funcția de gradul al doilea** • Definiție, reprezentare grafică, intersecțiile reprezentării grafice cu axele de coordonate[1], axa de simetrie • Monotonia funcției de gradul al doilea; punctul de extrem

Domenii de conținut	Conținuturi
	• Semnul funcției de gradul al doilea; interpretare geometrică (poziția unei parabole în raport cu axa Ox), inecuații de gradul al doilea studiate pe mulțimea $\mathbb{R}$ sau pe intervale de numere reale; interpretare geometrică (proiecții ale unor porțiuni de parabolă pe axe) • Relațiile lui Viète • Sisteme care conțin ecuații de gradul al doilea[2]; interpretare geometrică[3] *Note* *[1]Se vor deduce formulele de rezolvare a ecuației de gradul al doilea.* *[2] Se vor studia următoarele tipuri de sisteme de două ecuații cu două necunoscute: sisteme formate dintr-o ecuație de gradul întâi și o ecuație de gradul al doilea, sisteme omogene, sisteme simetrice.* *[3]Se va evidenția interpretarea geometrică a rezolvării sistemelor de ecuații de forma* $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ y=a_2x^2+b_2x+c_2 \end{cases}$ **Funcția putere cu exponent întreg. Funcția radical** • Funcția putere cu exponent întreg • Radicali, operații cu radicali, proprietățile radicalilor; expresii conjugate. Funcția radical • Ecuații și inecuații cu radicali ***Notă*** *La fiecare funcție se recomandă realizarea unor corelații interdisciplinare.*
Trigonometrie	**4. Funcții trigonometrice. Ecuații trigonometrice** • Cercul trigonometric; funcțiile sinus și cosinus definite pe intervalul $[0,2\pi]$; reducerea la primul cadran • Funcțiile sinus, cosinus, tangentă și cotangentă[1]; relații între funcțiile trigonometrice sinus, cosinus, tangentă, cotangentă[2] • Formule trigonometrice pentru suma/diferența a două numere reale[3] • Transformarea sumelor în produse și a produselor în sume • Funcții trigonometrice inverse • Ecuații trigonometrice[4] *Note* *[1]Se vor introduce noțiunile de funcție periodică și de perioadă și se vor evidenția prin lectura graficelor funcțiilor trigonometrice.* *[2]Se vor deduce formulele de tipul* $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$, $\sin^2 x=\frac{\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x}$, $\cos^2 x=\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x}$ *etc.* *[3]Se vor deduce formulele de forma* $\sin(a\pm b)$, $\cos(a\pm b)$, $\operatorname{tg}(a\pm b)$ *și formulele rezultate din acestea (de exemplu,* $\sin 2x$, $\cos 2x$, $\operatorname{tg} 2x$, $\sin\frac{x}{2}$, $\cos\frac{x}{2}$*)* *[4]Se vor studia următoarele tipuri de ecuații trigonometrice:* • $\sin x=a$, $\cos x=a$, $a\in[-1,1]$; $\operatorname{tg} x=a$, $\operatorname{ctg} x=a$, $a\in\mathbb{R}$ • $\sin f(x)=\sin g(x)$, $\cos f(x)=\cos g(x)$, $\operatorname{tg} f(x)=\operatorname{tg} g(x)$, $\operatorname{ctg} f(x)=\operatorname{ctg} g(x)$ • $a\sin x+b\cos x=c$, *unde* a, b, c *sunt numere reale nenule* *și ecuații reductibile la acestea.* *Pentru reprezentarea grafică a funcțiilor trigonometrice și a funcțiilor trigonometrice inverse se recomandă și utilizarea unor instrumente digitale.*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Domenii de conținut	Conținuturi
Geometrie	**5. Aplicații ale trigonometriei în geometrie. Relații metrice** • Teorema cosinusului, teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor • Raza cercului înscris și raza cercului circumscris unui triunghi. Aria unui triunghi • Teorema bisectoarei; relația lui Stewart; lungimile unor segmente importante din triunghi • Concurență și coliniaritate în geometria plană: teorema lui Menelaus, teorema lui Ceva

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CLASA a X-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS) ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

X.CS.1.1. Identificarea unor expresii ce conțin puteri, exponențiale și logaritmi, în diferite contexte matematice și practice
- Identificarea valorii unei puteri cu exponent real aproximând-o prin lipsă și prin adaos prin șiruri de puteri cu exponent rațional *- Identificarea relației dintre exponențială și logaritm în contexte simple ($a^x = b$ este echivalent cu $\log_a b = x$)* *- Identificarea tipului de relație (putere, exponențială sau logaritmică) care descrie corect un fenomen dat (de exemplu, volumul unui cub este o funcție putere ce depinde de muchia cubului; valoarea unei investiții care crește cu p% în fiecare an reprezintă o funcție exponențială)*
X.CS.1.2. Identificarea elementelor de combinatorică în diferite contexte matematice și din viața cotidiană
- Identificarea modului de numărare (regula sumei, regula produsului) pentru rezolvarea unei situații din viața cotidiană (de exemplu, calcularea numărului de posibilități de alegere a unei echipe dintr-un număr dat de persoane) *- Identificarea formulei de calcul pentru numărul de permutări, aranjamente, respectiv combinări* *- Identificarea formulei binomului lui Newton folosind triunghiul lui Pascal*
X.CS.1.3. Identificarea numerelor complexe și a formelor de reprezentare a lor în diferite contexte
- Recunoașterea numerelor complexe și a componentelor acestora (parte reală, parte imaginară, modul, argument) în forma algebrică și/sau în forma trigonometrică *- Identificarea formelor de reprezentare pentru descrierea condițiilor problemelor în care intervin numere complexe* *- Identificarea necesității extinderii mulțimii numerelor reale la mulțimea numerelor complexe*
X.CS.1.4. Identificarea unor polinoame, funcții polinomiale sau ecuații algebrice care verifică condiții date
- Recunoașterea polinoamelor în contexte matematice date *- Utilizarea formelor canonice ale polinoamelor în prelucrarea ipotezelor problemelor în care intervin polinoame* *- Recunoașterea necesității utilizării polinoamelor și a metodelor aferente de studiu în rezolvarea unor probleme, inclusiv prin descrierea contextului istoric privind evoluția metodelor de rezolvare a ecuațiilor algebrice*
X.CS.1.5. Identificarea unor exemple de fenomene care pot fi modelate matematic, utilizând concepte statistice/probabilități
- Identificarea unor fenomene/situații ce pot fi investigate statistic/probabilistic, în contexte practice date *- Recunoașterea unor reprezentări ale datelor obținute din viața cotidiană prin diagrame (arborescente, Venn etc.), tabele sau grafice* *- Organizarea/reprezentarea adecvată a datelor statistice în funcție de caracteristica statistică identificată (cantitativă sau calitativă)*

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

X.CS.2.1. Prelucrarea datelor descrise cu ajutorul funcțiilor putere, exponențială sau logaritmică, pentru a stabili proprietăți ale acestora
- Completarea unui tabel de valori pentru o funcție de tip putere, exponențială sau logaritmică (de exemplu, completarea valorilor pentru $y = 2^x$, unde $x \in \{0,1,2,3\}$)

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

- Prelucrarea datelor obținute dintr-o relație exponențială sau logaritmică prin reprezentare grafică și descrierea tendinței observate (de exemplu, elevii reprezintă grafic punctele corespunzătoare relației $y = 2^x$ și observă că funcția este crescătoare și tinde rapid spre valori mari) *- Prelucrarea unor ecuații exponențiale sau logaritmice în scopul rezolvării acestora (de exemplu, utilizarea unor substituții, folosirea proprietăților puterilor, exponențialelor, logaritmilor)*
X.CS.2.2. Prelucrarea unor situații matematice sau din viața cotidiană, a căror rezolvare necesită elemente de combinatorică
- Calcularea numărului de permutări, aranjamente, respectiv combinări utilizând formulele de calcul *- Prelucrarea unor situații din viața cotidiană care evidențiază necesitatea utilizării elementelor de combinatorică (de exemplu, calcularea numărului de posibilități pentru alegerea unui comitet dintr-un număr dat de persoane, formarea unei echipe etc.)* *- Prelucrarea expresiilor algebrice cu ajutorul binomului lui Newton pentru rezolvarea unor cerințe matematice (de exemplu, determinarea coeficientului unui termen al unei dezvoltări în anumite condiții)*
X.CS.2.3. Efectuarea operațiilor cu numere complexe, în contexte variate de calcul
- Efectuarea operațiilor de adunare, scădere, înmulțire și/sau împărțire cu numere complexe *- Calcularea conjugatului și a modulului unui număr complex, aplicând, eventual, relații fundamentale dintre ele* *- Transformarea numerelor complexe din formă algebrică în formă trigonometrică și invers*
X.CS.2.4. Efectuarea operațiilor cu polinoame, prin analogie cu calculul numeric, folosind coeficienții pentru extragerea de informații
- Efectuarea adunării, înmulțirii și împărțirii polinoamelor, cu identificarea legăturilor între ele *- Scrierea relațiilor lui Viète asociate unui polinom dat* *- Descompunerea în factori ireductibili a unor polinoame cu diferențierea cazurilor în care coeficienții sunt raționali/reali/complecși*
X.CS.2.5. Prelucrarea unor informații cuprinse în seturi de date (probabilistice sau statistice) extrase din contexte practice și prezentate sub diferite forme: text, tabele, diagrame, grafice
- Calcularea probabilității realizării/nerealizării unor evenimente în funcție de tipul acestora (evenimente independente, evenimente disjuncte sau condiționate) *- Calcularea numărului de apariții ale unei valori în diverse forme de prezentare a datelor statistice, extrase din date ale unor contexte cotidiene (serii statistice, frecvența absolută, frecvența relativă, frecvența cumulată)* *- Prelucrarea cu ajutorul aplicațiilor informatice (Excel, Acces, SPSS etc.) a probabilității unor evenimente sau a unor date statistice*

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

X.CS.3.1. Utilizarea algoritmilor și a proprietăților funcțiilor putere, exponențială și logaritmică pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și probleme din contexte matematice
- Utilizarea proprietăților funcțiilor putere, exponențială și logaritmică în determinarea soluțiilor unor ecuații sau inecuații cu rezolvare directă (de exemplu, $2^x = 8$, $\log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{2}} 7$) *- Utilizarea relațiilor fundamentale dintre exponențială și logaritm în rezolvarea unor ecuații sau inecuații (de exemplu, $\log_2(x-1) = 3$, $3^{2x-1} \ge 5$)* *- Utilizarea conceptelor și a proprietăților specifice funcțiilor exponențiale și logaritmice pentru a rezolva ecuații și inecuații care presupun mai mulți pași și mai multe tipuri de transformări*
X.CS.3.2. Utilizarea elementelor de combinatorică pentru rezolvarea unor probleme matematice
- Utilizarea formulelor de calcul pentru numărul de permutări, aranjamente, respectiv combinări pentru stabilirea unor formule de legătură între ele, a formulei combinărilor complementare, a relației de recurență a combinărilor și pentru aplicarea acestora în construcția triunghiului lui Pascal *- Utilizarea binomului lui Newton pentru a determina rangurile unor termeni ce verifică anumite condiții date (de exemplu, calcularea numărului de termeni raționali ai unei dezvoltări, calcularea celui mai mare/mic termen al unei dezvoltări etc.)* *- Utilizarea binomului lui Newton pentru calcularea unor sume*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

X.CS.3.3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului pentru rezolvarea de probleme cu numere complexe
- Folosirea formulei lui Moivre pentru ridicarea la putere a numerelor complexe *- Determinarea rădăcinilor de ordin n ale unui număr complex* *- Reprezentarea grafică a rădăcinilor unui număr complex în planul complex*
X.CS.3.4. Folosirea calculului polinomial şi a descompunerii în factori a polinoamelor în probleme de divizibilitate şi în rezolvări de ecuaţii
- Utilizarea metodelor standard pentru rezolvarea unor ecuaţii polinomiale particulare (ecuaţii de gradul întâi şi de gradul al doilea, ecuaţii bipătrate, ecuaţii reciproce) *- Utilizarea unor algoritmi specifici (divizori ai termenului liber, rădăcini conjugate) pentru descompunerea polinoamelor sau pentru determinarea unor rădăcini ale polinoamelor* *- Descompunerea unor polinoame în factori ireductibili peste $\mathbb{R}$ sau peste $\mathbb{C}$*
X.CS.3.5. Aplicarea algoritmilor de calcul şi a funcţiilor numerice în studiul seriilor de date (probabilistice sau statistice)
- Interpretarea unui set de date statistice extrase dintr-un context practic cu ajutorul mărimilor caracteristice (medie, mediană, mod, cuartile, amplitudine, abatere, dispersie) *- Aplicarea formulelor de calcul probabilistic în cazul unor experimente din diferite domenii (teste medicale, economice, sociale etc.)* *- Determinarea marjei de eroare şi a cauzelor care duc la apariţia erorilor în sondaje (sondaj aleatoriu simplu/stratificat)*

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informaţiilor, concluziilor şi demersurilor de rezolvare pentru o situaţie dată

X.CS.4.1. Exprimarea matematică a proprietăţilor funcţiilor putere, exponenţială şi logaritmică, pentru aplicarea lor în ecuaţii/inecuaţii corespunzătoare
- Exprimarea matematică a proprietăţilor funcţiilor putere, exponenţială şi logaritmică *- Explicarea demersului de rezolvare a unei ecuaţii sau inecuaţii exponenţiale/logaritmice, folosind limbaj matematic clar şi structurat* *- Evidenţierea asemănărilor şi deosebirilor dintre funcţiile putere, exponenţială şi logaritmică*
X.CS.4.2. Exprimarea matematică a proprietăţilor permutărilor, aranjamentelor, combinărilor şi a binomului lui Newton
- Exprimarea matematică a relaţiilor de recurenţă pentru permutări, aranjamente, combinări şi a termenului general al dezvoltării binomului lui Newton *- Exprimarea în limbaj specific a demersurilor de demonstrare a unor identităţi combinatorice şi de rezolvare a unor ecuaţii, inecuaţii care conţin elemente de combinatorică* *- Exprimarea matematică a demersurilor de calculare a unor sume utilizând binomul lui Newton*
X.CS.4.3. Exprimarea în limbaj specific numerelor complexe a redactării raţionamentelor matematice
- Redactarea calculelor care implică numere complexe, cu evidenţierea clară a părţii reale şi a celei imaginare *- Argumentarea proprietăţilor modulului şi ale argumentului unui număr complex* *- Calcularea unor sume utilizând binomul lui Newton şi forma trigonometrică a unui număr complex*
X.CS.4.4. Utilizarea limbajului specific polinoamelor în probleme de divizibilitate, ireductibilitate şi în studiul ecuaţiilor asociate
- Exprimarea în limbaj specific polinoamelor a ipotezelor, condiţiilor, algoritmilor de lucru, rezultatelor obţinute în rezolvarea unor probleme referitoare la polinoame şi ecuaţii algebrice *- Realizarea conexiunii de limbaj între studiul numerelor complexe şi studiul polinoamelor cu coeficienţi complecşi* *- Utilizarea termenilor specifici şi a rezultatelor fundamentale în lucrul cu polinoame (de exemplu, teorema împărţirii cu rest a polinoamelor, divizibilitate, polinom ireductibil peste $\mathbb{R}$ sau peste $\mathbb{C}$, teorema lui Bézout), în prezentarea unor probleme şi în formularea/redactarea rezolvării acestora*
X.CS.4.5. Descrierea în limbajul specific statisticii matematice/probabilităţilor a unor fenomene şi a metodelor de analizare a acestora
- Transferul descrierilor verbale cotidiene în expresii numerice ale fenomenului probabilistic/statistic studiat

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII

- Utilizarea limbajului specific statisticii în vederea studierii unor fenomene/situații (de exemplu, volumul populației statistice, eșantion, mărimi caracteristice ale seturilor de date) *- Analizarea diferențelor dintre două seturi de date statistice, utilizând reprezentări grafice și/sau mărimi caracteristice ale acestora*

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

X.CS.5.1. Analizarea proprietăților și comportamentului funcțiilor putere, exponențială și logaritmică, precum și a relațiilor dintre acestea, în contexte matematice sau cotidiene
- Analizarea reprezentărilor grafice ale funcțiilor putere, exponențială și logaritmică pentru a determina și a descrie caracteristicile lor de bază (domeniu de definiție, semn, monotonie, puncte de intersecție cu axele de coordonate) *- Compararea comportamentului/proprietăților funcțiilor exponențiale, respectiv logaritmice pentru baze diferite, prin analizarea tabelelor de valori și a graficelor* *- Analizarea unei ecuații/inecuații pentru a identifica demersul de rezolvare adecvat*
X.CS.5.2. Analizarea relațiilor și a proprietăților permutărilor, aranjamentelor, combinărilor și a binomului lui Newton
- Analizarea definițiilor pentru permutări, aranjamente, combinări în scopul identificării asemănărilor și deosebirilor dintre acestea *- Analizarea relațiilor dintre coeficienții binomiali ai binomului lui Newton și triunghiul lui Pascal* *- Analizarea caracteristicilor unei identități/sume în scopul identificării binomului lui Newton adecvat pentru a o demonstra/determina*
X.CS.5.3. Interpretarea geometrică a operațiilor și a relațiilor dintre numere complexe
- Reprezentarea grafică a numerelor complexe și a simetriei dintre un număr și conjugatul său *- Interpretarea geometrică a produsului dintre două numere complexe* *- Determinarea poziției punctelor care îndeplinesc o relație dată, în planul complex*
X.CS.5.4. Analizarea unor situații date, prin determinarea, verificarea și implementarea elementelor specifice studiului polinoamelor
- Determinarea rădăcinilor simple/multiple ale unui polinom dat, pentru descompunerea sa canonică *- Determinarea rădăcinilor unui polinom când se cunosc relații suplimentare între acestea* *- Utilizarea unei aplicații educaționale cu inteligență artificială (IA) pentru a studia descompuneri de polinoame și rezolvări de ecuații algebrice*
X.CS.5.5. Analizarea informațiilor privind contexte practice/fenomene din realitatea imediată pentru alegerea/optimizarea metodelor de prelucrare a acestora și de prezentare a concluziilor extrase
- Exprimarea în limbajul statisticii matematice a etapelor parcurse în realizarea unui sondaj (stabilirea eșantionului reprezentativ, culegerea și prelucrarea datelor, limitări și erori de eșantionare) *- Utilizarea metodelor pentru formarea eșantionului reprezentativ corespunzător populației studiate (sondaj aleator simplu, sondaj stratificat)* *- Evaluarea în vederea optimizării/analizării unor tehnici utilizate în realizarea sondajului*

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

X.CS.6.1. Modelarea matematică a situațiilor cotidiene din domenii care implică funcția putere, exponențială sau logaritmică, inclusiv ecuații și inecuații în care acestea apar
- Transpunerea unei situații practice simple într-o expresie matematică, utilizând funcțiile putere, exponențială sau logaritmică (de exemplu, numărul de bacterii obținute după o perioadă de timp dacă numărul de bacterii se dublează în fiecare oră) *- Alegerea tipului de funcție și construirea unui model pentru o situație practică (de exemplu, determinarea sumei obținute după o perioadă de timp, știind că investiția inițială crește anual cu un procent fix)* *- Rezolvarea de probleme din contexte cotidiene sau de la alte discipline care implică modele exponențiale și logaritmice, folosind algoritmi matematici adecvați (de exemplu, „Timpul necesar pentru ca o substanță să se descompună la jumătate este de 3 ore. Determinați formula cantității rămase după t ore și rezolvați ecuația pentru t când rămâne 25% din cantitatea inițială.")*
X.CS.6.2. Modelarea situațiilor matematice sau din viața cotidiană, utilizând elemente de combinatorică
- Transpunerea matematică a unei situații din viața cotidiană cu ajutorul elementelor de combinatorică (de exemplu, în câte moduri se pot așeza la o masă circulară 5 persoane)

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

- Transpunerea matematică a unei situații din alt domeniu intradisciplinar cu ajutorul elementelor de combinatorică (de exemplu, numărul de diagonale ale unui poligon convex cu n laturi, numărul de plane determinate de n puncte în spațiu, știind că oricare trei sunt necoliniare) *- Aplicarea conceptelor de permutări/aranjamente/combinări în contexte decizionale (de exemplu, generarea unor coduri de acces cu caractere dintr-un alfabet dat atunci când contează/nu contează ordinea sau se admit/nu se admit repetiții)*
X.CS.6.3. Modelarea unor situații practice utilizând numere complexe
- Modelarea situațiilor concrete din științe și tehnologie prin utilizarea numerelor complexe *- Interpretarea datelor obținute în contexte simulate, prin utilizarea numerelor complexe pentru descrierea și analizarea unor procese reale* *- Explorarea aplicațiilor numerelor complexe în tehnologie și știință, prin utilizarea unor instrumente digitale de vizualizare și simulare asistată de inteligență artificială (IA)*
X.CS.6.4. Modelarea unor situații practice utilizând noțiunea de polinom sau ecuații algebrice
- Integrarea unor noțiuni legate de numere complexe din perspectiva studiului polinoamelor (de exemplu, ecuația $z^n = 1$ în mulțimea $\mathbb{C}$ și ecuația algebrică $x^n = 1$) *- Reformularea, în limbajul polinoamelor, a unei probleme echivalente sau înrudite cu o problemă dată* *- Transferul soluțiilor unor probleme care implică polinoame pentru rezolvarea unor situații cu caracter practic (de exemplu, probleme în care diverse fenomene sunt descrise polinomial)*
X.CS.6.5. Elaborarea unor proiecte care au ca obiectiv studiul unor fenomene din viața cotidiană, utilizând metode statistice/probabilistice de prelucrare, de analizare a datelor și de extragere a concluziilor
- Aplicarea în meteorologie, economie, biologie sau psihologie a statisticii și metodelor de calcul probabilistic *- Utilizarea noțiunilor din statistică și probabilități pentru prelucrarea și analizarea unor date preluate din cadrul orelor de laborator la fizică sau chimie (măsurarea în cadrul experimentelor a unor caracteristici și interpretarea acestora)* *- Determinarea unei funcții care modelează un fenomen în urma unor experimente, folosind cunoștințele de statistică (de exemplu, verificarea experimentală a căderii unui corp de la o înălțime dată prin măsurarea timpului parcurs de obiectul în cauză)*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CLASA a X-a

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	**1. Funcții** • Puteri cu exponent real[1]. Funcția putere cu exponent real: proprietăți, reprezentare grafică[2] • Funcția exponențială: proprietăți, reprezentare grafică[2]; ecuații și inecuații exponențiale • Logaritmi: operații, formula de schimbare a bazei. Funcția logaritmică: proprietăți, reprezentare grafică[2]; ecuații și inecuații logaritmice *Note* *[1]Introducerea noțiunii de putere cu exponent real se va face folosind, la nivel intuitiv, ideea de aproximare.* *[2]Pentru reprezentarea grafică a funcțiilor se recomandă utilizarea unor instrumente digitale.*
	2. Elemente de combinatorică • Metode de numărare (regula sumei și regula produsului). Permutări, aranjamente • Combinări, formula de recurență a combinărilor, formula combinărilor complementare, triunghiul lui Pascal • Binomul lui Newton
	3. Numere complexe • Forma algebrică a unui număr complex: $z = a + bi$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $i^2 = -1$; planul complex; operații cu numere complexe scrise sub formă algebrică, proprietăți; modulul și conjugatul unui număr complex: proprietăți, interpretare geometrică; ecuația de gradul al doilea cu coeficienți complecși, relațiile lui Viète • Forma trigonometrică a unui număr complex: înmulțirea și împărțirea numerelor complexe scrise sub formă trigonometrică; interpretare geometrică; puterea cu exponent întreg a unui număr complex, formula lui Moivre; rădăcinile de ordinul n ale unui număr complex; interpretare geometrică; ecuații binome • Aplicații ale numerelor complexe în geometrie: distanțe și unghiuri în planul complex; afixul unui punct care împarte un segment într-un raport dat (aplicații: afixul mijlocului unui segment și afixul centrului de greutate al unui triunghi); condiții de coliniaritate a trei puncte, de paralelism/perpendicularitate a două drepte
	4. Polinoame cu coeficienți complecși • Forma algebrică a unui polinom, egalitatea a două polinoame, adunarea și înmulțirea polinoamelor, valoarea unui polinom într-un punct, rădăcinile unui polinom, funcția polinomială • Împărțirea polinoamelor, teorema împărțirii cu rest, împărțirea cu $X - a$, schema lui Horner • Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout • Teorema fundamentală a algebrei (fără demonstrație), rădăcini multiple, descompunerea canonică a unui polinom, relațiile lui Viète; descompunerea în factori ireductibili a polinoamelor cu coeficienți în $\mathbb{C}$, respectiv în $\mathbb{R}$ • Ecuații algebrice cu coeficienți reali, raționali, întregi; ecuații bipătrate, ecuații reciproce
Date, statistică matematică și probabilități	**5. Probabilități și statistică matematică** **Probabilități** • Mulțimea evenimentelor posibile ale unui experiment; eveniment sigur/imposibil, evenimente disjuncte

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Domenii de conținut	Conținuturi
	• Probabilitatea unui eveniment; operații (probabilitatea intersecției, probabilitatea reuniunii); probabilități condiționate, evenimente independente, legea probabilității totale • Scheme clasice de probabilitate (hipergeometrică, Bernoulli, Poisson) **Statistică matematică** • Colectarea și organizarea datelor statistice: frecvențe absolute (tabele de frecvențe), frecvențe relative, frecvențe cumulate. Reprezentări grafice ale seturilor de date statistice: diagrame cu bare, histograme, poligonul frecvențelor/frecvențelor cumulate, diagrame boxplot, diagrame circulare; utilizarea mijloacelor digitale pentru reprezentarea datelor în diferite diagrame • Mărimi caracteristice ale seturilor de date statistice: medie, mediană, mod, cuartile, amplitudine, abatere standard; compararea a două seturi de date pe baza mărimilor caracteristice • Sondaje, eșantionare: concepte de bază (sondaj, populație, eșantion), etapele realizării unui sondaj, limitări și erori de eșantionare: sondaj aleator simplu/sondaj stratificat, interpretare) ***Notă*** *Abordarea conținuturilor se va face prin contexte practice.*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CLASA a XI-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS) ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

XI.CS.1.1. Identificarea tipurilor de matrice și a proprietăților care le definesc, din diferite forme de scriere a acestora, în contexte matematice și aplicative
- Identificarea, dintr-o listă dată, a inversei unei matrice date, prin verificarea definiției matricei inversabile *- Identificarea relației dintre determinant și existența inversei unei matrice, utilizând exemple concrete de matrice pătratice, eventual utilizând aplicații de tip inteligență artificială (IA)* *- Identificarea numărului de soluții ale unei ecuații matriceale simple ($A \cdot X = B$) prin recunoașterea condițiilor de inversabilitate ale matricei A*
XI.CS.1.2. Recunoașterea elementelor specifice unui sistem de ecuații liniare în diferite contexte
- Observarea coeficienților unui sistem de ecuații liniare pentru a identifica structura matricelor asociate (matricea coeficienților și matricea extinsă) *- Recunoașterea, într-un sistem de ecuații liniare extras dintr-un context practic (economie, fizică), a necunoscutelor, a matricei sistemului, respectiv a matricei extinse a acestuia* *- Determinarea, pentru exemple simple, a cazurilor în care un sistem de ecuații liniare are soluție unică (determinant nenul)*
XI.CS.1.3. Identificarea elementelor și relațiilor caracteristice dreptelor în planul cartezian (punct, pantă, ecuație, poziții relative), din enunțuri, reprezentări grafice sau seturi de date numerice
- Recunoașterea ecuației unei drepte reprezentate într-un reper cartezian, identificând coordonatele a două puncte distincte care aparțin acesteia *- Identificarea corespondenței între ecuația unei drepte și o reprezentare geometrică într-un reper cartezian* *- Identificarea unor drepte reprezentate într-un reper cartezian utilizând aplicații de tip inteligență artificială (IA)*
XI.CS.1.4. Identificarea proprietăților unor șiruri de numere reale (mărginire, monotonie, convergență) utilizând diferite moduri de descriere a acestora (tabele, grafice sau text)
- Identificarea, din tabel, grafice sau text, a caracterului crescător, descrescător, periodic sau constant al unui șir numeric *- Estimarea, pe baza reprezentării grafice, a faptului că un șir este mărginit sau tinde către o valoare limită* *- Identificarea automată, cu aplicații de tip inteligență artificială (IA), a comportamentului unui șir (mărginit/nemărginit, convergent/divergent) și compararea rezultatului cu analiza proprie (elevii compară clasificarea IA cu propriile observații pentru dezvoltarea gândirii critice privind corectitudinea analizei automate)*
XI.CS.1.5. Identificarea comportamentelor limită și a proprietăților de continuitate ale funcțiilor, din reprezentări grafice, tabele de valori sau expresii simbolice date
- Recunoașterea, din reprezentări grafice sau formule, a funcțiilor care tind spre o valoare finită sau infinită la marginea unui interval și a cazurilor de nedeterminare de tip $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty-\infty, 0\cdot\infty, 1^{\infty}, \infty^{0}, 0^{0}$ *- Identificarea, pe baza unor reprezentări grafice, a punctelor în care o funcție este continuă sau discontinuă* *- Identificarea, cu ajutorul unei aplicații dinamice (instrumente digitale), a modului în care variază graficul unei funcții la apropierea de un punct de discontinuitate și a trecerii graficului unei funcții continue, de la minus la plus, sau de la plus la minus în jurul valorii în care se anulează*
XI.CS.1.6. Identificarea relațiilor dintre derivată și proprietăți ale funcțiilor (monotonie, extreme, concavitate/convexitate, puncte de inflexiune), din reprezentări grafice, simbolice sau numerice
- Asocierea expresiei derivatei cu semnificația geometrică a tangentei la graficul funcției într-un punct dat *- Recunoașterea punctelor de maxim și minim local ale unei funcții din reprezentări grafice sau tabele de valori* *- Identificarea, pe baza reprezentării grafice a unei funcții și a derivatei acesteia, în același reper cartezian, cu ajutorul instrumentelor digitale, a intervalelor pe care funcția este crescătoare sau descrescătoare*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

XI.CS.2.1. Prelucrarea datelor organizate sub formă matriceală, prin operații de adunare, scădere și înmulțire sau prin determinanți, în diverse contexte
- Calcularea produselor $A \cdot B$ și $B \cdot A$ a două matrice pătratice A și B, pentru analizarea tipului de matrice obținute (diagonală, triunghiulară etc.) sau pentru evidențierea necomutativității înmulțirii *- Verificarea proprietăților determinanților în situații simple (efectul interschimbării a două linii sau a două coloane) evidențiind, eventual, modificările create în signaturile permutărilor folosite în definiția determinantului* *- Utilizarea unor instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) pentru calcularea determinantului și analizarea modificării valorii acestuia la schimbarea elementelor*
XI.CS.2.2. Prelucrarea datelor numerice și a relațiilor dintre coeficienți pentru a determina condițiile de compatibilitate și structura soluțiilor unui sistem de ecuații liniare
- Utilizarea formulelor Cramer pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare compatibile determinate *- Prelucrarea informațiilor privind minorii matricei coeficienților și minorii matricei extinse pentru stabilirea rangurilor celor două matrice și pentru formularea concluzii privind compatibilitatea sistemului de ecuații liniare* *- Explorarea, cu sprijinul instrumentelor digitale (aplicații de tip inteligență artificială) a modului în care variația unui parametru numeric modifică soluțiile sistemului de ecuații liniare sau compatibilitatea acestuia*
XI.CS.2.3. Prelucrarea datelor numerice și geometrice pentru a obține ecuația unei drepte, evidențiind relațiile dintre coeficienți, puncte și pante, din descrieri verbale, grafice sau algebrice
- Calcularea pantei unei drepte cunoscând coordonatele a două puncte *- Scrierea ecuației unei drepte care trece prin două puncte date, în formă generală, apoi în formă explicită* *- Reprezentarea grafică a unei dreptei de ecuație dată, verificând relația dintre coeficienți și poziția față de axele de coordonate*
XI.CS.2.4. Prelucrarea datelor numerice sau simbolice asociate șirurilor de numere reale pentru a evidenția relații de variație, mărginire și comportament limită
- Calcularea și compararea diferențelor dintre termeni consecutivi pentru identificarea caracterului crescător, descrescător sau nemonoton al unui șir *- Determinarea unor termeni ai unui șir definit prin relație de recurență și observarea modului de variație a acestora* *- Prelucrarea datelor numerice pentru estimarea limitelor unor șiruri prin tabele, calcule, grafic sau prin utilizarea unor instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)*
XI.CS.2.5. Prelucrarea datelor numerice, grafice și simbolice pentru a evidenția comportamentul limită și proprietățile de continuitate ale funcțiilor reale
- Calcularea, eventual cu ajutorul unor instrumente digitale, a valorilor unei funcții în vecinătatea unui punct-în vederea observării tendinței de apropiere a acestora de o valoare limită *- Compararea valorilor unei funcții în jurul unui punct pentru a estima existența limitei funcției în acel punct* *- Utilizarea unor instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) pentru explorarea comportamentului limită al unei funcții și pentru analizarea automată a continuității într-un punct*
XI.CS.2.6. Prelucrarea unor informații numerice, simbolice și grafice pentru a evidenția rolul derivatei întâi și al derivatei a doua în descrierea comportamentului unei funcții (monotonie, puncte de extrem, concavitate/convexitate, puncte de inflexiune)
- Calcularea derivatei unei funcții date pe un interval și observarea semnului acesteia pentru identificarea intervalelor de monotonie *- Reprezentarea grafică a derivatei unei funcții studiate, pentru compararea cu graficul funcției inițiale și pentru observarea punctelor de extrem (acolo unde graficul derivatei intersectează axa Ox, funcția are punct de extrem, acolo unde graficul derivatei se află deasupra axei Ox, funcția crește, iar acolo unde graficul derivatei se află sub Ox, funcția scade)* *- Utilizarea unor instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) pentru vizualizarea simultană a graficelor funcției și ale derivatelor de ordinul I și al II-lea, pentru identificarea automată a extremelor și a punctelor de inflexiune*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CG.3 - Utilizarea conceptelor şi a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

XI.CS.3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operaţiilor cu matrice şi determinanţi
- Calcularea unor determinanţi de ordin 2 şi de ordin 3 (regula triunghiului, regula lui Sarrus) *- Determinarea inversei unei matrice prin metoda lui Gauss* *- Rezolvarea unei ecuaţii matriceale cu ajutorul inversei matricei* *- Ridicare la putere a unei matrice pătratice prin diferite metode*
XI.CS.3.2. Aplicarea algoritmilor şi metodelor de calcul în rezolvarea unui sistem de ecuaţii liniare
- Aplicarea metodei lui Gauss pentru rezolvarea sistemelor de ecuaţii liniare *- Studierea compatibilităţii unui sistem de ecuaţii liniare (Kronecker-Capelli, Rouché)* *- Determinarea soluţiilor unui sistem simplu nedeterminat sau dublu nedeterminat* *- Rezolvarea unei ecuaţii matriceale cu ajutorul sistemelor de ecuaţii liniare*
XI.CS.3.3. Utilizarea unor rezultate specifice geometriei analitice în calcularea ariilor unor suprafeţe plane în contexte variate
- Utilizarea formulei de determinare a ariei unui triunghi cu ajutorul determinantului *- Determinarea unor distanţe prin exprimarea ariei unui triunghi în două moduri* *- Rezolvarea unor probleme de optimizare în calcularea ariilor unor suprafeţe plane, în contexte practice* *- Verificarea coliniarităţii a trei puncte prin mai multe metode (pantă, determinanţi)*
XI.CS.3.4. Utilizarea rezultatelor specifice limitelor de şiruri şi a tehnicilor de prelucrare a termenilor generali pentru calcularea limitelor de şiruri
- Utilizarea operaţiilor cu şiruri convergente (de exemplu, limita sumei este egală cu suma limitelor) *- Utilizarea criteriului majorării şi a consecinţelor sale* *- Utilizarea criteriului cleştelui în determinarea ariei discului*
XI.CS.3.5. Utilizarea criteriilor cu şiruri şi a limitelor fundamentale în calcularea limitelor de funcţii
- Utilizarea operaţiilor cu limite de funcţii (de exemplu, limita sumei este suma limitelor) *- Utilizarea trecerii la limită într-o inegalitate* *- Construcţia unei limite fundamentale necesară în rezolvarea unui caz de nedeterminare*
XI.CS.3.6. Utilizarea regulilor de derivare şi a concluziilor teoremelor studiate în analizarea variaţiei funcţiilor
- Argumentarea existenţei unor soluţii ale ecuaţiei $f(x)=0$ *într-un interval* *- Utilizarea consecinţelor Teoremei lui Lagrange în studiul unei funcţii (semnul derivatei I)* *- Stabilirea imaginii unei funcţii* *- Utilizarea şirului lui Rolle în separarea soluţiilor ecuaţiei* $f(x)=0$ *- Demonstrarea unor inegalităţi cu ajutorul variaţiei unei funcţii* *- Studierea variaţiei unei funcţii în problemele de extrem*

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informaţiilor, concluziilor şi demersurilor de rezolvare pentru o situaţie dată

XI.CS.4.1. Exprimarea în limbaj simbolic a unui determinant utilizând definiţia sau dezvoltarea acestuia în funcţie de elementele unei linii/coloane
- Formularea verbală şi simbolică a condiţiei de inversabilitate a unei matrice *- Exprimarea în limbaj matematic a proprietăţilor aplicate în calcularea unui determinant* *- Justificarea coliniarităţii a trei puncte utilizând condiţia sub formă de determinant*
XI.CS.4.2. Exprimarea în limbaj specific matematicii a etapelor de rezolvare a unui sistem de ecuaţii liniare dat
- Transpunerea unui sistem de ecuaţii liniare în ecuaţie matriceală în diferite contexte matematice *- Exprimarea în limbaj matematic a condiţiei de compatibilitate a unui sistem de ecuaţii liniare* *- Formularea concluziilor despre compatibilitatea unui sistem parametric şi interpretarea rezultatelor obţinute cu instrumentele digitale (aplicaţii de tip inteligenţă artificială)*
XI.CS.4.3. Exprimarea în limbaj matematic a relaţiilor geometrice şi a proprietăţilor caracterizate prin ecuaţii ale dreptelor în planul cartezian
- Utilizarea formulei de determinare a ecuaţiei unei drepte a cărei pantă se cunoaşte şi care trece printr-un punct dat *- Determinarea pantei unei drepte din condiţia de paralelism/perpendicularitate faţă de altă dreaptă*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII MINISTRU

- Exprimarea în limbaj matematic a modalităților de determinare a ecuației dreptei și a concluziilor privind poziția relativă a două drepte
XI.CS.4.4. Exprimarea proprietăților numerice și a relațiilor de variație ale șirurilor de numere reale în limbaj specific analizei matematice
- Scrierea concluziilor privind caracterul crescător sau descrescător, utilizând simboluri matematice specifice *- Explicarea comportamentului unui șir numeric pe baza datelor generate cu instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială), exprimând concluzia formalizată* *- Prezentarea verbală și/sau simbolică a proprietăților limitelor șirurilor în contexte practice*
XI.CS.4.5. Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților unei funcții continue pentru stabilirea semnului funcției și/sau a imaginii acesteia
- Exprimarea în limbaj matematic a concluziilor despre existența limitei într-un punct *- Formularea în limbaj specific a condițiilor de continuitate a unei funcții într-un punct* *- Utilizarea limbajului matematic specific (notații, simboluri, reprezentări) pentru redactarea și justificarea demersului de determinare a domeniului de continuitate/discontinuitățile unei funcții*
XI.CS.4.6. Exprimarea, în limbaj matematic standardizat, a proprietăților funcțiilor derivabile și a concluziilor privind comportamentul acestora
- Exprimarea legăturii dintre semnul derivatei și caracterul de creștere sau descreștere al funcției *- Formularea concluziilor, pe baza rezultatelor obținute în tabelul de variație, privind proprietățile funcției studiate* *- Exprimarea relației dintre derivata întâi/derivata a doua și forma graficului (de exemplu, crește concav/ convex sau scade convex/concav)*

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

XI.CS.5.1. Analizarea condițiilor de inversabilitate a unei matrice pătratice
- Analizarea, prin exemple concrete, a situațiilor în care o matrice pătratică este sau nu este inversabilă, pe baza determinantului *- Explorarea efectului modificării elementelor unei matrice asupra determinantului și asupra inversabilității, prin activitate interactiv, utilizând instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)* *- Analizarea condițiilor de inversabilitate pentru o matrice parametrică și determinarea valorilor parametrului pentru care matricea devine singulară, cu verificare asistată prin instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)*
XI.CS.5.2. Analizarea compatibilității unui sistem de ecuații liniare (rang, Kronecker–Capelli sau Rouché)
- Analizarea compatibilității unui sistem simplu de ecuații liniare, prin compararea numărului de ecuații și necunoscute și observarea relațiilor dintre ele *- Determinarea compatibilității unui sistem de ecuații liniare prin compararea rangurilor matricelor asociate (Kronecker–Capelli), folosind instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) pentru verificare* *- Analizarea compatibilității unui sistem de ecuații liniare cu parametru, cu determinarea valorilor parametrilor care modifică tipul de soluție (unic, infinit, nul), cu verificare asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)*
XI.CS.5.3. Analizarea pozițiilor relative a două drepte în plan (paralele, concurente) în diferite configurații
- Analizarea relației de paralelism sau perpendicularitate dintre două drepte de ecuații date, prin compararea coeficienților/pantei *- Calcularea unghiului a două drepte date prin ecuațiile lor, utilizând relațiile trigonometrice dintre pante* *- Analizarea poziției relative a două drepte definite prin condiții complexe, în vederea modelării geometrice a situației într-un context real*
XI.CS.5.4. Analizarea unui șir folosind proprietățile de monotonie și mărginire pentru studiul convergenței acestuia
- Analizarea caracterului de creștere sau descreștere al unui șir numeric dat explicit, prin compararea termenilor consecutivi

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII MINISTRU

- Determinarea și justificarea caracterului de monotonie și mărginire a unui șir definit explicit, prin raționament algebric și verificare grafică asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) *- Analizarea comportamentului unui șir definit recursiv, prin identificarea condițiilor de monotonie și mărginire, în vederea deducerii convergenței, utilizând instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) de calcul simbolic*
XI.CS.5.5. Analizarea comportamentului unei funcții în vecinătatea unui punct prin calcularea limitelor laterale
- Observarea comportamentului grafic al unei funcții simple în apropierea unui punct dat, prin reprezentare și estimare vizuală a limitelor laterale *- Calculul numeric al limitelor laterale pentru funcții cu discontinuități, folosind substituții succesive și verificare grafică asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)* *- Analizarea comportamentului unei funcții în vecinătatea unui punct de discontinuitate, prin calcularea limitelor laterale și interpretarea tipului de infinitate, asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)*
XI.CS.5.6. Interpretarea datelor din tabelul de variație a unei funcții reale și evidențierea celor mai importante rezultate (valori minime, valori maxime, intervale de monotonie și de convexitate/ concavitate, puncte de inflexiune)
- Analizarea valorilor maxime și minime locale ale unei funcții, pe baza tabelului de variație completat *- Completarea tabelului de variație al unei funcții date, pentru argumentarea proprietăților acesteia* *- Analizarea completă a unei funcții pe baza tabelului de variație, cu interpretarea semnificațiilor geometrice ale punctelor de extrem, de inflexiune, asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)*

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

XI.CS.6.1. – Modelarea situațiilor de compatibilitate a unor ecuații matriceale folosind determinanți și matrice inversabile
- Modelarea unei situații de echilibru static (două forțe opuse sau două fluxuri egale) prin determinantul unei matrice de tip 2×2 *- Modelarea transformărilor în plan, cu interpretarea determinantului ca factor de deformare și criteriu de inversabilitate* *- Modelarea sistemelor de echilibru prin inversa unei matrice pătratice*
XI.CS.6.2. Modelarea situațiilor practice (de exemplu, probleme de resurse, amestecuri, echilibru chimic) folosind sisteme de ecuații liniare
- Determinarea relațiilor dintre mărimile unei situații practice, exprimându-le printr-un sistem de ecuații liniare cu două necunoscute *- Rezolvarea unor situații practice complexe cu trei necunoscute, prin modelare cu sisteme de ecuații liniare de ordin 3, interpretând soluția în contextul problemei* *- Modelarea unei situații interdisciplinare (chimie, economie sau ecologie) printr-un sistem de ecuații liniare cu parametri, interpretând compatibilitatea și soluțiile în contextul dat*
XI.CS.6.3. Modelarea situațiilor practice cu ajutorul conceptelor de geometrie analitică (distanțe, arii, coliniaritate)
- Determinarea distanței dintre două puncte, cu aplicarea formulei în contexte practice simple *- Determinarea ariei unei regiuni triunghiulare folosind coordonatele vârfurilor pe un model al unui context aplicat* *- Analizarea coliniarității punctelor în modelarea unei situații reale de proiectare (alinierea obiectelor pe un traseu)*
XI.CS.6.4. Modelarea unor procese de creștere sau descreștere (de exemplu, amortizare, dobânzi, populație) prin șiruri numerice
- Determinarea caracterului de creștere sau descreștere al unui proces economic simplu, prin construirea unui șir numeric după o regulă dată *- Modelarea procesului de creștere compusă (de exemplu, dobândă compusă sau populație) prin șiruri și interpretarea ratei de creștere* *- Modelarea unui proces de descreștere (de exemplu, amortizarea unei mașini sau scăderea concentrației unei substanțe) prin șiruri, cu interpretarea economică a rezultatului*
XI.CS.6.5. Modelarea fenomenelor continue sau discontinue prin limite și funcții continue

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

- Analizarea comportamentului unei funcții elementare în apropierea unui punct, pentru a descrie un fenomen de tranziție continuă *- Interpretarea limitelor laterale pentru o funcție definită pe ramuri, în contexte care modelează schimbări de comportament* *- Modelarea unui fenomen continuu cu variație rapidă în apropierea unui punct de tranziție, cu interpretarea limitei funcției ca valoare de echilibru*
XI.CS.6.6. *Modelarea unor fenomene de variație continuă prin funcții (costuri, productivitate, optimizare)*
- Determinarea relației dintre două variabile dintr-un context economic sau practic, prin exprimarea acesteia printr-o funcție afină sau de gradul al doilea *- Modelarea unui fenomen de productivitate sau randament printr-o funcție de gradul al doilea, cu determinarea intervalelor de creștere și/sau de descreștere* *- Analizarea unei funcții de cost sau profit prin derivare, interpretând în context economic punctele critice*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CLASA a XI-a

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	**1. Matrice. Determinanți** • Matrice; mulțimi de matrice. Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un număr complex, ridicarea la putere a unei matrice pătratice; proprietăți • Noțiunea de permutare, compunerea permutărilor, proprietăți. Inversiuni, semnul unei permutări • Determinant de ordin n, $n \in \mathbb{N}^*$, proprietăți • Matrice inversabilă[1]. Ecuații matriceale *Notă* *[1]În aplicațiile practice se vor calcula inversele unor matrice pătratice din $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, cu $n \in \mathbb{N}^*$, $n \leq 4$.* **2. Sisteme de ecuații liniare** • Sisteme de ecuații liniare[1], sisteme de tip Cramer • Rangul unei matrice; studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor de ecuații liniare: teorema Kronecker-Capelli, teorema lui Rouché • Metoda lui Gauss pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare și a ecuațiilor matriceale *Notă* *[1]În aplicațiile practice se vor rezolva sisteme cu cel mult 4 ecuații și cel mult 4 necunoscute.*
Geometrie analitică	**3. Elemente de geometrie analitică - drepte în planul cartezian** • Panta unei drepte; unghiul a două drepte; condiții de paralelism și de perpendicularitate • Ecuația unei drepte care trece printr-un punct dat și are panta dată; ecuația explicită a dreptei; ecuația unei drepte care trece prin două puncte date; ecuația generală a dreptei; condiția de coliniaritate a trei puncte în plan • Distanța de la un punct la o dreaptă; aria unui triunghi *Notă* *Ecuația unei drepte care trece prin două puncte date, condiția de coliniaritate a trei puncte în plan și aria unui triunghi se abordează și ca aplicații ale determinanților în geometrie.*
Analiză matematică	**4. Mulțimea numerelor reale. Limite de șiruri** • Mulțimea numerelor reale, mulțimi mărginite/nemărginite; dreapta reală încheiată; vecinătăți • Limita unui șir: proprietăți[1], subșiruri, șiruri convergente/divergente, limitele șirurilor $(n^\alpha)_{n\geq 1}$ și $(q^n)_{n\geq 1}$; trecerea la limită în inegalități • Operații cu șiruri convergente • Criterii de existență a limitei unui șir (criteriul majorării – consecințe; criteriul cleștelui) • Monotonie, mărginire, convergență; teorema lui Weierstrass (fără demonstrație); șirul cu termen general $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, numărul e; $\lim\limits_{n\to\infty}(1+x_n)^{\frac{1}{x_n}} = e$, unde $x_n \to 0$ și $x_n \neq 0$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$ • Operații cu șiruri care au limită; cazuri de nedeterminare *Notă* *[1]Se vor prezenta: unicitatea limitei unui șir, limita nu se schimbă la adăugarea/eliminarea unui număr finit de termeni.*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Domenii de conținut	Conținuturi
	5. Limite de funcții. Continuitate • Punct de acumulare; punct izolat; limita unei funcții într-un punct (definiția cu șiruri); limite laterale • Operații cu limite de funcții, proprietăți; limitele funcțiilor uzuale, lecturi grafice[1] • Limite fundamentale: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$, $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$, $a>0$, $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$, $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^r-1}{x}=r$, $r\in\mathbb{R}$ • Continuitatea unei funcții într-un punct: criteriul cu șiruri, continuitate laterală, puncte de discontinuitate; continuitatea unei funcții pe o mulțime; operații cu funcții continue • Proprietatea valorilor intermediare; semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în $\mathbb{R}$. Continuitatea inversei unei funcții bijective și continue (fără demonstrație) ***Notă*** *[1]Se vor evidenția limitele funcțiilor uzuale studiate (putere, radical, exponențială, logaritmică, trigonometrice) în punctele de acumulare ale domeniului maxim de definiție.* **6. Funcții derivabile** • Derivata unei funcții într-un punct, derivate laterale, legătura dintre derivabilitate și continuitate, interpretare geometrică: tangenta la o curbă, puncte unghiulare, puncte de întoarcere • Funcții derivabile, derivatele funcțiilor uzuale studiate, operații cu funcții derivabile, reguli de derivare, derivate de ordin al II-lea • Puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui Fermat, teorema lui Rolle (fără demonstrație); șirul lui Rolle, teorema lui Lagrange, consecințe ale teoremei lui Lagrange, teoremele lui L'Hôpital (fără demonstrație) • Studiul variației funcțiilor cu ajutorul derivatelor I[1] și a II-a[2] • Aplicații ale derivatelor în contexte date de alte domenii *Note* *[1]Se evidențiază intervalele de monotonie și punctele de extrem ale unei funcții, în tabelul de variație.* *[2]Se definesc: funcția convexă, funcția concavă, punctul de inflexiune; se introduce caracterizarea convexității/concavității unei funcții pe baza semnului derivatei a II-a; se introduce caracterizarea punctului de inflexiune cu derivata a II-a. Se evidențiază intervalele de convexitate/concavitate și punctele de inflexiune ale unei funcții, în tabelul de variație.*

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CLASA a XII-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS) ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

XII.CS.1.1. Identificarea unor legi de compoziție și a proprietăților acestora pe mulțimile pe care sunt definite
- Identificarea proprietăților adunării și înmulțirii pe mulțimile $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ *- Identificarea proprietăților unor operații binare uzuale definite anterior: adunarea și înmulțirea pe* $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, *compunerea funcțiilor din* $\mathcal{F}(E)$, *produsul permutărilor din* S_n *- Recunoașterea unor legi de compoziție diferite definite pe aceeași mulțime*
XII.CS.1.2. Identificarea unor grupuri sau subgrupuri în funcție de proprietățile legilor de compoziție definite pe diferite mulțimi
- Recunoașterea grupurilor aditive și a celor multiplicative definite de operațiile uzuale de adunare și înmulțire pe mulțimile $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$, *respectiv* $\mathbb{Q}^*$, $\mathbb{R}^*$, $\mathbb{C}^*$ *- Identificarea unor mulțimi de funcții pe care compunerea acestora să determine un grup comutativ (grupul lui Klein, grupul translațiilor, grupul rotațiilor cu același centru)* *- Identificarea unor subgrupuri ale unor grupuri studiate (de exemplu, subgrupuri ale grupului aditiv al mulțimii numerelor întregi sau ale grupului aditiv al claselor de resturi modulo n)*
XII.CS.1.3. Identificarea conicelor și a elementelor lor caracteristice
- Identificarea elementelor unei conice (coordonatele centrului cercului și ale focarelor elipsei, hiperbolei și parabolei, lungimea razei cercului și a semiaxelor elipsei și hiperbolei), folosind definițiile sintetice ale acestora *- Identificarea elementelor unei conice (coordonatele centrului cercului și ale focarelor elipsei, hiperbolei și parabolei, lungimea razei cercului și a semiaxelor elipsei și hiperbolei) căreia i se cunoaște reprezentarea grafică* *- Recunoașterea tipului de conică, după forma ecuației sale canonice sau a reprezentării grafice* *- Identificarea funcțiilor a căror reuniune a graficelor reprezintă o conică dată*
XII.CS.1.4. Identificarea proprietăților unor funcții reprezentate în diferite moduri
- Identificarea dintr-un tabel de variație dat a intervalelor de monotonie și a punctelor de extrem ale unei funcții *- Recunoașterea de pe o reprezentare grafică dată a intervalelor de monotonie și a punctelor de extrem ale unei funcții* *- Identificarea intervalelor de convexitate sau concavitate ale unei funcții și a punctelor sale de inflexiune, folosind un tabel de variație dat sau o reprezentare grafică dată*
XII.CS.1.5. Identificarea legăturilor dintre o funcție și derivata sau primitiva acesteia
- Identificarea unei funcții când se cunoaște o primitivă a sa, prin raportare la formulele de derivare studiate *- Identificarea primitivelor unei funcții continue uzuale, prin raportare la formulele de derivare studiate* *- Stabilirea legăturii dintre două primitive ale unei funcții definite pe un interval de numere reale* *- Recunoașterea unor funcții și a derivatelor lor care apar în integralele nedefinite*
XII.CS.1.6. Identificarea elementelor care conduc la calcularea și utilizarea unei integrale definite
- Identificarea unor diviziuni și a unor sisteme de puncte intermediare pentru un interval compact *- Identificarea unor suprafețe plane, reprezentate într-un reper cartezian, delimitate de graficele unor funcții continue, de axele de coordonate și de drepte verticale* *- Recunoașterea corpurilor obținute prin rotația în jurul axei Ox a subgraficului unei funcții continue* $f:[a,b]\to[0,+\infty)$ *- Recunoașterea unui șir care poate fi scris ca sumă Riemann pentru o funcție continuă dată*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

XII.CS.2.1. Compararea proprietăților unor legi de compoziție definite pe diferite mulțimi
- Compararea proprietăților operațiilor de adunare și înmulțire definite pe mulțimile de numere studiate ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$) *- Evidențierea proprietăților adunării și înmulțirii pe mulțimea $\mathbb{Z}_n$ a claselor de resturi modulo n, induse de cele ale adunării și înmulțirii pe $\mathbb{Z}$* *- Compararea proprietăților reuniunii, intersecției, respectiv diferenței simetrice definite pe mulțimea părților unei mulțimi*
XII.CS.2.2. Compararea proprietăților unor grupuri definite pe diferite mulțimi
- Stabilirea unor tipuri de structuri algebrice (grup sau subgrup) determinate de operațiile binare uzuale definite pe mulțimi de numere, matrice, funcții *- Evidențierea asemănărilor și deosebirilor dintre tablele operațiilor unor grupuri finite cu același număr de elemente (aplicație: grupul lui Klein și grupul aditiv $\mathbb{Z}_4$, grupul U_n al rădăcinilor de ordinul n ale unității și grupul aditiv $\mathbb{Z}_n$)* *- Evidențierea unor elemente de ordin finit sau infinit în grupurile studiate*
XII.CS.2.3. Utilizarea definițiilor geometrice ale conicelor pentru a le deduce ecuațiile canonice
- Deducerea ecuației canonice a cercului, utilizând centrul și raza acestuia *- Deducerea ecuației canonice a elipsei și a hiperbolei, folosind distanțele dintre un punct oarecare de pe acestea și focare* *- Deducerea ecuației canonice a parabolei, folosind focarul și directoarea acesteia*
XII.CS.2.4. Utilizarea definițiilor geometrice și a cunoștințelor de analiză matematică pentru determinarea asimptotelor unor funcții
- Determinarea ecuațiilor asimptotelor orizontale sau oblice ale unor funcții pe baza studiului limitelor acestora spre infinit și minus infinit *- Determinarea numerelor reale pentru care este posibil ca o funcție să admită asimptote verticale* *- Stabilirea ecuațiilor asimptotelor verticale ale unei funcții, prin studiul limitelor acesteia în capetele reale ale domeniului său de definiție sau în punctele sale de discontinuitate*
XII.CS.2.5. Utilizarea unor concepte matematice pentru a stabili dacă o funcție admite sau nu primitive
- Stabilirea cu ajutorul continuității a existenței primitivelor unei funcții *- Stabilirea legăturii dintre teorema lui Darboux și faptul că funcțiile care au primitive nu pot avea puncte de discontinuitate de speța întâi* *- Deducerea faptului că o funcție definită pe un interval nu are primitive dacă imaginea sa nu este un interval*
XII.CS.2.6. Prelucrarea unor concepte matematice pe baza cărora se obțin metode pentru determinarea integralelor definite ale unor funcții
- Calcularea sumei Riemann asociate unei funcții, unei diviziuni și unui sistem de puncte intermediare și interpretarea geometrică a acesteia, pentru cazul unei funcții continue și pozitive *- Utilizarea formulei Leibniz-Newton pentru calcularea integralei definite a unei funcții continue* *- Deducerea unor proprietăți și metode de calcul ale integralei definite, prin realizarea unor legături cu regulile de derivare (formula de integrare prin părți, schimbarea de variabilă)*

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

XII.CS.3.1. Folosirea proprietăților operațiilor binare în calculele specifice structurilor algebrice de semigrup sau monoid
- Utilizarea proprietăților operațiilor uzuale (cu numere, matrice, funcții, clase de resturi modulo n, mulțimi), pentru a efectua calcule cu legi de compoziție concrete definite cu ajutorul acestor operații *- Stabilirea legăturii dintre tabla operației unei legi de compoziție definite pe o mulțime finită și comutativitatea acesteia* *- Stabilirea legăturii dintre tabla operației definite pe o mulțime finită și existența elementului neutru*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

XII.CS.3.2. Stabilirea structurii de grup sau subgrup a unei mulțimi, în raport cu diferite legi de compoziție
- Folosirea definițiilor și a proprietăților operațiilor binare, pentru a stabili dacă o mulțime are structura algebrică de grup sau subgrup al unui grup dat, în raport cu o lege de compoziție concretă *- Stabilirea structurii de grup comutativ/abelian pentru* $(\mathbb{Z}_n,+)$ *și* $(\mathcal{U}(\mathbb{Z}_n),\cdot)$ *- Determinarea subgrupurilor unor grupuri cunoscute; de exemplu: subgrupurile lui* $(\mathbb{Z},+)$ *și cele ale lui* $(\mathbb{C}^*,\cdot)$
XII.CS.3.3. Utilizarea unor algoritmi pentru reprezentarea grafică a conicelor
- Determinarea elementelor unei conice (coordonatele centrului cercului și ale focarelor elipsei, hiperbolei și parabolei, lungimea razei cercului și lungimile semiaxelor elipsei și hiperbolei) căreia i se cunoaște ecuația canonică *- Determinarea ecuațiilor dreptelor caracteristice ale unor conice (asimptotele hiperbolei, dreapta directoare a parabolei)* *- Reprezentarea grafică a conicelor, folosind ecuațiile canonice ale acestora*
XII.CS.3.4. Prelucrarea calitativă a asimptotelor și proprietăților derivatei întâi și derivatei a doua ale unei funcții, în vederea trasării graficului acesteia
- Interpretarea geometrică a comportamentului asimptotic al graficului unor funcții date *- Interpretarea geometrică a intervalelor de monotonie și a punctelor de extrem ale unei funcții derivabile, cu ajutorul semnului primei derivate a acesteia* *- Interpretarea geometrică a intervalelor de convexitate sau concavitate și a punctelor de inflexiune ale unei funcții de două ori derivabile, cu ajutorul derivatei a doua a acesteia*
XII.CS.3.5. Prelucrarea unor concepte matematice pe baza cărora se obțin metode pentru determinarea primitivelor unor funcții
- Determinarea mulțimii primitivelor unor funcții continue, folosind primitivele funcțiilor uzuale și proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite *- Deducerea și aplicarea pe exemple simple a metodei de integrare prin părți pentru calcularea integralelor nedefinite a unei funcții continue, prin realizarea legăturii cu regula de derivare a produsului a două funcții derivabile* *- Deducerea și aplicarea pe exemple simple a metodei de schimbare de variabilă pentru calcularea integralelor nedefinite a unei funcții continue, prin realizarea legăturii cu regula de derivare a compusei a două funcții derivabile*
XII.CS.3.6. Aplicarea metodelor de calcul pentru determinarea integralei definite a unei funcții
- Calcularea integralei definite, folosind metoda integrării prin părți *- Calcularea integralei definite, folosind metoda metoda schimbării de variabilă* *- Calcularea integralelor definite ale unor funcții raționale sau reductibile la funcții raționale*

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

XII.CS.4.1. Stabilirea tipului de structură algebrică a unei mulțimi, prin verificarea proprietăților unor legi de compoziție concrete definite pe aceasta
- Stabilirea unor tipuri de structuri algebrice (semigrup, monoid) determinate de operațiile binare uzuale definite pe mulțimi de numere, matrice, funcții *- Folosirea definițiilor și a proprietăților operațiilor binare uzuale, pentru a determina dacă o mulțime are structura algebrică de semigrup în raport cu o lege de compoziție concretă* *- Folosirea definițiilor și a proprietăților operațiilor binare uzuale, pentru a determina dacă o mulțime are structura algebrică monoid în raport cu o lege de compoziție concretă.*
XII.CS.4.2. Folosirea unor procedee adecvate pentru soluționarea unor probleme specifice de teoria grupurilor
- Utilizarea regulilor de calcul într-un grup și a proprietăților legilor de compoziție pentru rezolvarea unor ecuații *- Folosirea distributivității înmulțirii față de adunare pe mulțimea* $\mathbb{Z}_n$ *pentru rezolvarea unor ecuații cu clase de resturi* *- Determinarea ordinului unui element al unui grup finit, a subgrupului generat de acesta și stabilirea legăturii dintre cardinalul subgrupului și ordinul elementului care îl generează*

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

XII.CS.4.3. Stabilirea elementelor unor configuraţii geometrice
- *Stabilirea poziţiilor relative ale unei conice faţă de o dreaptă* - *Stabilirea poziţiilor relative a două conice* - *Determinarea ecuaţiei tangentei la o conică într-un punct al acesteia (prin dedublare)*
XII.CS.4.4. Trasarea reprezentării grafice a unei funcţii utilizând informaţiile din tabelul său de variaţie şi eventualele sale asimptote
- *Organizarea într-un tabel de variaţie a informaţiilor despre monotonia, extremele, intervalele de concavitate/convexitate şi asimptotele unei funcţii* - *Reprezentarea grafică a asimptotelor unei funcţii* - *Folosirea tabelului de variaţie şi a eventualelor asimptote pentru a reprezenta grafic o funcţie*
XII.CS.4.5. Aplicarea unor metode de calcul adecvate pentru determinarea primitivelor unei funcţii
- *Identificarea opţiunilor de a alege părţile şi de calculare a integralei nedefinite a unor funcţii cu ajutorul formulei de integrare prin părţi* - *Calcularea integralelor nedefinite ale unor funcţii compuse, identificând opţiuni de a alege schimbarea de variabilă (aplicaţie: primitivele funcţiilor care conţin un trinom de gradul al doilea de tipul* $\int \frac{mx+n}{ax^2+bx+c}\mathrm{d}x$, $\int \frac{mx+n}{\sqrt{ax^2+bx+c}}\mathrm{d}x$*)* - *Determinarea primitivelor funcţiilor raţionale simple*
XII.CS.4.6. Folosirea continuităţii sau a monotoniei unei funcţii pentru a stabili proprietăţi ale integralei sale definite
- *Interpretarea geometrică a teoremei de medie în diferite contexte matematice* - *Aproximarea valorii unei integrale definite, prin încadrarea acesteia între două constante, folosind monotonia integralei şi teorema de medie* - *Folosirea monotoniei pentru compararea unor integrale definite* - *Utilizarea teoremei de existenţă a primitivelor unei funcţii continue în diferite contexte matematice (determinarea unei primitive cu anumite proprietăţi, calcularea unor limite de funcţii care conţin primitive, folosind integrala definită)*

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii date

XII.CS.5.1. Compararea proprietăţilor unor legi de compoziţie în funcţie de mulţimile pe care sunt definite
- *Analizarea proprietăţilor unor legi de compoziţii induse pe submulţimi diferite ale unor mulţimi date* - *Compararea mulţimilor elementelor simetrizabile faţă de aceeaşi lege de compoziţie definită pe diferite mulţimi (de exemplu, compararea dintre* $U(\mathbb{Z}^*,\cdot)$, $U(\mathbb{Q}^*,\cdot)$, $U(\mathbb{R}^*,\cdot)$ *şi* $U(\mathbb{C}^*,\cdot)$*)* - *Determinarea mulţimii elementelor inversabile din monoidul* $(\mathbb{Z}_n,\cdot)$*, pentru compararea rezultatelor din cazurile în care n este număr prim, respectiv compus*
XII.CS.5.2. Stabilirea unor morfisme sau izomorfisme de grupuri
- *Analizarea ordinelor unor elemente a două grupuri izomorfe şi stabilirea legăturii dintre acestea* - *Verificarea faptului că o funcţie dată este morfism sau izomorfism de grupuri* - *Investigarea unor situaţii în care două grupuri nu pot fi izomorfe* - *Analizarea tablelor operaţiilor a două grupuri finite cu acelaşi număr de elemente, pentru stabilirea unui izomorfism, atunci când este posibil*
XII.CS.5.3. Determinarea ecuaţiilor unor conice cu diferite caracteristici particulare
- *Determinarea ecuaţiei unui cerc care îndeplineşte anumite condiţii (de exemplu, trece prin trei puncte date, sau trece printr-un punct fix şi este tangent unei drepte date)* - *Determinarea ecuaţiilor unor elipse, hiperbole sau parabole care îndeplinesc anumite condiţii* - *Determinarea ecuaţiei hiperbolei echilatere raportată la asimptote, folosind rotaţia cu centrul în originea reperului cartezian şi unghiul cu măsura de* $\frac{\pi}{4}$*; reprezentarea grafică a acesteia, utilizând cunoştinţele despre graficele de funcţii*
XII.CS.5.4. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situaţii concrete, utilizând reprezentarea grafică a funcţiilor
- *Utilizarea reprezentării grafice a unei funcţii pentru a analiza numărul soluţiilor unei ecuaţii*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII

- Compararea metodei grafice pentru obținerea numărului soluțiilor reale ale unei ecuații cu cea a șirului lui Rolle *- Compararea graficului unei funcții obținut prin studiu analitic, cu reprezentarea sa numerică, realizată folosind diferite instrumente digitale*
XII.CS.5.5. Interpretarea proprietăților unei funcții și a metodelor de integrare, pentru a îi determina primitivele
- Aplicarea metodelor de integrare adecvate pentru diferite tipuri de funcții, folosind particularitățile acestora *- Aplicarea corelată a metodelor de integrare studiate, pentru calcularea primitivelor unor funcții* *- Calcularea primitivelor unor funcții raționale cu gradul numitorului ≤ 4, folosind descompunerea în fracții simple și metodele de integrare studiate*
XII.CS.5.6. Alegerea criteriilor adecvate pentru stabilirea integrabilității unei funcții
- Evidențierea prin exemple și contraexemple a relației dintre integrabilitatea unei funcții și proprietatea acesteia de a avea primitive *- Stabilirea integrabilității unei funcții cu ajutorul definiției sau a unor criterii: integrabilitatea unei funcții mărginite cu un număr finit de puncte de discontinuitate, a unei funcții continue, a unei funcții monotone sau a unei funcții care diferă de o altă funcție integrabilă într-un număr finit de puncte* *- Justificarea faptului că o funcție nu este integrabilă, cu ajutorul proprietății de mărginire a unei funcții integrabile* *- Calcularea integralei definite a unor funcții integrabile care au ramuri, prin aplicarea proprietății de additivitate la interval*

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

XII.CS.6.1. Utilizarea în alte domenii a proprietăților structurilor algebrice
- Studiul monoizilor funcțiilor continue/derivabile pe o mulțime, în raport cu operațiile de adunare, înmulțire sau compunere a funcțiilor *- Analizarea monoizilor funcțiilor care au primitive și a funcțiilor integrabile pe un interval, în raport cu operația de adunare a funcțiilor* *- Studiul unor monoizi din alte domenii (monoidul transformărilor stării unui sistem fizic în funcție de timp, cu operația de compunere a transformărilor; monoidul cuvintelor unui alfabet și monoidul secvențelor de nucleotide din ADN, cu operația de concatenare a acestora; monoidul rotațiilor din cristalografie, cu operația de compunere a rotațiilor)* *- Rezolvarea cu ajutorul claselor de resturi modulo n a unor probleme de divizibilitate și a unor ecuații în mulțimea numerelor întregi*
XII.CS.6.2. Utilizarea grupurilor în aritmetică și în geometrie
- Utilizarea grupurilor de transformări geometrice (grupul lui Klein, grupul translațiilor și grupul rotațiilor cu același centru) în probleme de geometrie *- Stabilirea izomorfismului dintre grupul $(\mathbb{Z},+)$ și grupul translațiilor care invariază o diviziune echidistantă a unei drepte* *- Stabilirea izomorfismului dintre grupurile $(\mathbb{Z}_n,+)$, $(\mathcal{U}_n,\cdot)$ și grupul rotațiilor unui poligon regulat cu n laturi* *- Utilizarea izomorfimului pentru transferul unor proprietăți între două grupuri dintre care unul este remarcabil (de exemplu, rezolvarea ecuației matriceale $X^3=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ cu ajutorul izomorfimului dintre grupul $(C^*,\cdot)$ și grupul multiplicativ al matricelor de forma $\begin{pmatrix}a & b\\ -b & a\end{pmatrix}$, unde $a,b\in\mathbb{R}$, $a^2+b^2\neq 0$)*
XII.CS.6.3. Utilizarea funcțiilor integrabile pentru calcularea unor arii delimitate de conice
- Determinarea coordonatelor punctelor de intersecție dintre o dreaptă și o conică și calcularea ariei unei suprafețe delimitate de acestea, utilizând ecuațiile lor canonice și funcțiile integrabile *- Determinarea coordonatelor punctelor de intersecție a două conice și calcularea ariei unei suprafețe delimitate de acestea, utilizând ecuațiile lor canonice și funcțiile integrabile* *- Folosirea unor instrumente digitale pentru verificarea rezultatelor obținute calculând cu ajutorul integralelor arii ale unor suprafețe plane mărginite de conice sau de conice și drepte*
XII.CS.6.4. Modelarea unor situații concrete care conduc la studiul graficului unei funcții

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

- Determinarea aproximativă a soluțiilor unei ecuații de forma $f(x)=m$, $m\in\mathbb{R}$, prin reprezentarea grafică a funcției implicate și a dreptei orizontale de ecuație $y=m$ *- Determinarea aproximativă a soluțiilor unei ecuații de forma $f(x)=g(x)$ prin reprezentarea grafică a funcțiilor implicate* *- Trasarea unor grafice prezente în fenomenele fizice, în vederea folosirii acestora pentru studiul punctelor lor de extrem pe anumite intervale (de exemplu, reprezentările grafice ale transformărilor adiabatice din termodinamică)*
XII.CS.6.5. Modelarea unor situații concrete care conduc la calcularea unei integrale nedefinite
- Modelarea unor situații concrete care conduc la noțiunea de integrală nedefinită *- Stabilirea unor proprietăți ale primitivelor unei funcții (monotonie, existența unor puncte de extrem, convexitate, concavitate etc.)* *- Stabilirea unor relații de recurență pentru calcularea unor integrale nedefinite ale unor funcții care depind de un parametru număr natural*
XII.CS.6.6. Modelarea problemelor din diferite domenii prin utilizarea integralelor definite
- Calcularea limitelor unor șiruri cu ajutorul integralei definite *- Determinarea valorilor unor mărimi cu caracter geometric: aria subgraficului unei funcții continue, aria unei suprafețe plane delimitate de axele de coordonate, de graficele unor funcții continue și de drepte verticale, volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a subgraficului unei funcții continue și pozitive, coordonatele centrului de greutate al unei plăci plane omogene* *- Calcularea ariilor unor suprafețe plane delimitate de conice: aria discului, aria suprafeței reprezentate de interiorul unei elipse, ariile unor suprafețe delimitate de parabole sau de hiperbole* *- Calcularea volumelor corpurilor de rotație studiate (cilindru, con, trunchi de con și sferă), determinate prin rotația în jurul axei Ox a subgraficului unei funcții continue și pozitive* *- Modelarea matematică a unor probleme de fizică (de exemplu, calcularea lucrului mecanic efectuat de o forță variabilă, determinarea volumului de lichid evacuat într-un interval de timp printr-o conductă cu debitul $Q:[0,t]\to\mathbb{R}$, $Q(t)=3t^2$, modelarea energiei consumate într-un interval de timp de un aparat electric având puterea instantanee $P:[0,\pi]\to\mathbb{R}$, $P(t)=5\sin t$)*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CLASA a XII-a

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	**1. Legi de compoziție** • Lege de compoziție (operație algebrică binară), tabla operației, lege de compoziție indusă pe o submulțime; exemple remarcabile de legi de compoziție pe mulțimi de numere, pe mulțimea părților unei mulțimi oarecare[1], pe mulțimi de matrice și pe mulțimi de funcții • Proprietățile legilor de compoziție: asociativitate, comutativitate, existența elementului neutru, elemente simetrizabile; semigrupuri și monoizi • Mulțimea $\mathbb{Z}_n$ a claselor de resturi modulo *n*, operațiile de adunare și înmulțire pe $\mathbb{Z}_n$ și proprietățile acestora[2] ***Note*** *[1]Se vor studia operațiile de reuniune, intersecție, diferență simetrică.* *[2]La $\mathbb{Z}_n$ se va studia și distributivitatea înmulțirii față de adunare, dedusă din cea de pe $\mathbb{Z}$.*
	2. Grupuri • Grup, exemple remarcabile: grupuri de permutări, grupuri de matrice, grupul lui Klein, grupul aditiv $\mathbb{Z}_n$, grupul multiplicativ $U(\mathbb{Z}_n)$, grupuri de transformări geometrice[1] • Reguli de calcul într-un grup • Subgrup • Ordinul unui element al unui grup • Grup finit, teorema lui Lagrange, subgrupul generat de un element al unui grup finit • Morfism, izomorfism de grupuri ***Notă*** *[1]Se vor studia: grupul translațiilor și grupul rotațiilor cu același centru.*
Geometrie	**3. Conice** • Cercul, elipsa, hiperbola, parabola; reprezentare grafică, proprietăți • Intersecția unei conice cu o dreaptă, intersecția a două conice, tangenta printr-un punct al unei conice la aceasta ***Notă*** *Prezentarea conicelor se va face folosind cunoștințe de geometrie sintetică și analitică, iar pentru trasarea graficului acestora se vor folosi, eventual, cunoștințele generale de reprezentare grafică a funcțiilor și/sau instrumente digitale.*
Analiză matematică	**4. Reprezentarea grafică a funcțiilor** • Asimptotele funcțiilor reale (orizontale, oblice, verticale) • Reprezentarea grafică a funcțiilor • Rezolvarea grafică a ecuațiilor; utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor pentru determinarea numărului de soluții ale unei ecuații ***Notă*** *Se pot utiliza instrumente digitale pentru verificarea reprezentărilor grafice ale funcțiilor și pentru verificarea numărului de soluții ale unei ecuații.*
	5. Primitive • Primitivele unei funcții; teorema lui Darboux și legătura dintre proprietatea valorilor intermediare și funcțiile care au primitive; integrala nedefinită a unei funcții, proprietăți • Primitivele unor funcții continue uzuale • Formula de integrare prin părți • Formula $\int (f \circ u)(x) \cdot u'(x)\,dx = (F \circ u)(x) + C$

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Domenii de conținut	Conținuturi
	• Primitivele funcțiilor raționale
	6. Funcții integrabile • Diviziuni, sume Riemann; funcții integrabile, integrala definită; clase de funcții integrabile: funcții monotone și funcții continue (fără demonstrație); formula Leibniz-Newton; calculul limitelor unor șiruri folosind sume Riemann • Proprietățile funcțiilor integrabile: mărginire, liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare, proprietatea de ereditate, stabilitatea integralei față de modificarea valorilor funcției într-un număr finit de puncte • Teorema de medie, interpretare geometrică. Teorema de existență a primitivelor unei funcții continue • Metode de integrare: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă • Aplicații: aria unei suprafețe plane, volumul unui corp de rotație, centrul de greutate al unei plăci plane omogene ***Notă*** *Pentru verificarea rezultatelor se pot folosi instrumente digitale.*

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

SUGESTII METODOLOGICE

Programa şcolară *Matematică_TC+CS_matematică-informatică* continuă demersul formativ început în gimnaziu, urmărind dezvoltarea raţionamentului logic, a capacităţii de abstractizare şi de modelare matematică, a competenţelor de validare, utilizare şi transfer al cunoaşterii.

Este important ca în demersul didactic să se aibă în vedere atât formarea/dezvoltarea competenţelor, cât şi modul de obţinere, validare şi transfer a conţinuturilor ştiinţifice.

Proiectarea şi desfăşurarea activităţilor de învăţare vor valorifica competenţele formate în anii anteriori şi le vor dezvolta, în conformitate cu stadiul de maturizare a elevilor. Introducerea noţiunilor din fiecare domeniu de conţinut se va realiza intuitiv, plecând de la exemple din realitatea înconjurătoare sau legate de cunoştinţele anterioare, urmând ca mai apoi ele să fie descrise riguros, folosind definiţii şi teoreme formulate respectând regulile logicii matematice.

Se vor folosi metodele investigative şi cele bazate pe proiecte pentru facilitarea explorării unor situaţii problemă, pentru asimilarea la nivel individual a cunoştinţelor, pentru a include reflecţiile şi discuţiile elevilor în abordarea diferitelor conţinuturi. Se va pune un accent deosebit pe colaborarea elevilor, pe dezvoltarea unei culturi bazate pe argumente, raţionamente şi dialog, pe asumarea, înţelegerea şi remedierea erorilor şi a concepţiilor eronate, pe responsabilitate. Conţinuturile vor fi abordate prin contexte semnificative care permit strategii multiple de rezolvare astfel ca elevii să aibă şansa de a elabora planul propriilor investigaţii crescând astfel gradul de implicare, motivarea, conştientizarea şi auto-eficacitatea.

Se recomandă îmbinarea metodelor tradiţionale cu cele interactive şi digitale, precum şi utilizarea evaluării formative prin sarcini aplicative, portofolii sau autoevaluare. Diferenţierea activităţilor şi valorificarea aplicaţiilor practice vor contribui la dezvoltarea gândirii analitice şi la formarea competenţelor de modelare matematică. Modalităţile de organizare a activităţilor de învăţare (frontale, individuale sau pe grupe) se vor adapta particularităţilor clasei de elevi, resurselor disponibile şi finalităţilor vizate. Este necesară utilizarea metodelor şi mijloacelor didactice care să favorizeze implicarea activă a elevului în propriul proces de învăţare, inclusiv a instrumentelor digitale sau a unor softuri dedicate.

În cadrul procesului de predare-învăţare-evaluare, componenta evaluare are un rol fundamental. Deoarece este necesară asigurarea unui feedback permanent şi corespunzător, se va urmări accentuarea dimensiunii formative a evaluării. Astfel, se va monitoriza nivelul de formare şi dezvoltare a competenţelor specifice asociate fiecărui domeniu de conţinut şi, implicit, se va orienta demersul didactic spre trecerea la domeniul de conţinut următor, spre aprofundarea unor aspecte sau spre revenirea asupra aspectelor deficitare, prin alocarea unui timp suplimentar de studiu, având mereu în vedere zona proximei dezvoltări.

În derularea activităţilor remediale, se recomandă identificarea formulelor standardizate în parcurgerea enunţurilor matematice şi în descrierea modalităţilor de soluţionare a acestora, evidenţierea etapelor de rezolvare ale unei probleme, eventual folosind diferite forme grafice de prezentare/vizualizare a unor elemente matematice, utilizarea schemelor logice si a diagramelor logice de lucru în rezolvarea de probleme. Este esenţială implicarea directă a elevilor în analizarea datelor unei probleme şi în identificarea, explicarea şi eventual compararea unor variante de rezolvare, precum şi evaluarea/oferirea de feedback, de către profesor, pentru fiecare etapă de lucru.

În concluzie, profesorul trebuie să proiecteze activităţi de învăţare eficiente pentru formarea şi dezvoltarea competenţelor specifice, cu accent pe observare, pe investigaţie, pe formularea de ipoteze, pe argumentare/justificare, pe analiză şi pe modelare.

Clasa a IX-a

Elementele de logică matematică urmăresc dezvoltarea capacităţii elevilor de a interpreta corect enunţuri şi de a-şi formula în mod corect ideile, atât în raport cu texte şi prezentări ştiinţifice, cât şi în ceea ce priveşte comunicarea socială, cotidiană. În parcurgerea acestui capitol se va face, de fiecare dată, legătura dintre exprimarea formală şi cea colocvială, urmărindu-se felul în care operaţiile logice contribuie la înţelegerea enunţului studiat. Studiul elementelor de logică matematică se va axa pe evidenţierea valorii de adevăr a unor enunţuri care se referă la fapte matematice simple, precum şi pe precizarea structurii logice a unor enunţuri diverse.

În studiul inducţiei matematice se va insista pe ideea că aceasta este o metodă de a demonstra valabilitatea unor afirmaţii referitoare la o infinitate de numere naturale, studiind atât exemple în care proprietatea sugerată de câteva cazuri particulare este adevărată (cu verificarea riguroasă) cât şi exemple în care proprietatea este falsă.

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII

Studiul **şirurilor şi progresiilor** constituie un prilej de consolidare a relaţiei dintre reprezentarea numerică şi cea algebrică a regularităţilor, facilitând trecerea spre un mod de gândire algoritmic şi predictiv.

Abordarea noţiunilor din această unitate de conţinut se va realiza pornind de la situaţii concrete, accesibile elevilor, prin observarea şi formularea regulilor prin care se poate genera un şir şi, în particular, o succesiune de tip progresie. Exerciţiile vor urmări evidenţierea unor contexte variate în care trebuie folosită formula termenului general sau suma primilor n termeni ai unei progresii.

Elevii vor fi îndrumaţi şi să compare tipurile de progresii şi să observe diferenţele dintre creştere liniară şi exponenţială, cu accent pe semnificaţia practică a rezultatelor obţinute. Se recomandă integrarea progresiilor în contexte practice şi interdisciplinare (de exemplu, calculul dobânzii simple şi al celei compuse)

În cadrul capitolului **Proprietăţi generale ale funcţiilor** se va face de fiecare dată legătura între descrierea formală a unei proprietăţi (monotonie, injectivitate/surjectivitate, semn) şi ilustrarea ei din punct de vedere grafic. Pentru a descrie imaginea unor funcţii se vor folosi exemple în care domeniul de definiţie este finit sau discret, precum şi (fără demonstraţie) faptul că imaginea unui interval printr-o funcţie afină este tot un interval.

La **Funcţia de gradul al doilea** se vor evidenţia proprietăţile acesteia (monotonie, punct de extrem semn) atât intuitiv cât şi formal.

La rezolvarea sistemelor de ecuaţii, se va accentua faptul că abordarea de bază este substituţia (fie directă, fie obţinută în urma unor prelucrări iniţiale). De asemenea, se va sublinia conjuncţia care trebuie folosită („şi" ori „sau") în rezolvarea sistemului analizat.

Pentru **Funcţia putere cu exponent întreg** se vor demonstra injectivitatea şi monotonia, iar surjectivitatea se va justifica doar la nivel intuitiv. Ca atare, tot la nivelul intuitiv vor fi definiţi şi radicalii. Proprietăţile funcţiei radical vor fi justificate prin faptul că ea este inversa funcţiei putere şi prin proprietăţile funcţiei putere. În rezolvarea ecuaţiilor şi inecuaţiilor cu radicali se va pune accent pe echivalenţele de tipul:

$$\sqrt{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow f(x)=g^2(x) \text{ şi } g(x)\geq 0;$$

$$\sqrt[3]{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow f(x)=g^3(x);$$

$$\sqrt{f(x)}\geq g(x)\Leftrightarrow f(x)\geq g^2(x) \text{ sau } f(x)\geq 0\geq g(x).$$

Studiul **Funcţiilor trigonometrice** vizează introducerea, cu ajutorul cercului trigonometric, a funcţiilor sinus şi cosinus pe intervalul $[0,2\pi]$, extinderea acestora la mulţimea numerelor reale, precum şi definirea funcţiilor tangentă şi cotangentă pentru toate numerele reale pentru care aceasta este posibil. Se vor evidenţia unele proprietăţi algebrice simple ale acestora, legate de folosirea. Accentul se va pune pe deducerea valorilor funcţiilor trigonometrice în anumite puncte, folosind particularităţile acestora, precum şi pe evidenţierea unor proprietăţi ale acestor funcţii folosind metoda lecturii grafice. Inversele funcţiilor trigonometrice vor fi definite făcând apel la grafic sau la o interpretare geometrică şi vor fi studiate doar din punctul de vedere al precizării valorilor acestora în punctele remarcabile.

În rezolvarea ecuaţiilor trigonometrice se vor evidenţia soluţiile dintr-un interval de lungime convenabilă (de preferinţă, de lungime egală cu perioada funcţiei) şi nu neapărat mulţimea soluţiilor obţinute prin folosirea unei formule globale.

La **Aplicaţii ale trigonometriei în geometrie** se va evidenţia felul în care proprietăţile de la acest capitol pot fi folosite în rezolvarea triunghiurilor sau la calcularea anumitor elemente metrice ale unei figuri. Se va pune în evidenţă utilitatea trigonometriei în studierea unor configuraţii geometrice, precum şi în situaţii din viaţa reală (măsurători indirecte, triangulaţie GPS, astronomie, arhitectură, geografie, navigaţie etc.). În rezolvarea problemelor de geometrie se va insista pe demonstraţii, care reprezintă instrumente-cheie de educare a raţionamentului deductiv şi a gândirii critice.

Clasa a X-a

La **Funcţia putere cu exponent real, funcţia exponenţială, funcţia logaritmică**, introducerea noţiunii de putere cu exponent real se va realiza intuitiv, pornind de la ideea de aproximare şi extinderea conceptului de exponent raţional. În predarea funcţiei putere cu exponent real se recomandă utilizarea unei abordări progresive, care se bazează pe cunoştinţele anterioare ale elevilor despre puteri cu exponent natural, întreg şi raţional. Se recomandă utilizarea reprezentărilor grafice şi a instrumentelor digitale pentru a explora variaţia funcţiei şi pentru a evidenţia proprietăţile acesteia. În studiul funcţiei exponenţiale şi al funcţiei logaritmice, accentul se va pune pe observarea relaţiei dintre cele două funcţii, pe interpretarea grafică şi pe aplicarea lor în contexte reale (procese de creştere sau scădere, fenomene fizice, modele economice).

Activităţile de învăţare vor include exerciţii de rezolvare a ecuaţiilor şi inecuaţiilor exponenţiale şi

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII

logaritmice, cu accent pe raționamentul matematic și pe argumentarea demersurilor făcute.

În studierea **Elementelor de combinatorică** se recomandă să pornească de la situații concrete pentru a se deduce regula sumei și regula produsului. Profesorul poate utiliza reprezentări vizuale (diagrame de tip arbore, tabele) și activități practice (organizarea unor seturi, dispuneri sau selecții) pentru a sprijini formarea raționamentului combinatoric. În definirea permutărilor, aranjamentelor și combinărilor se va pune accent atât pe descrierea lor riguroasă și pe cea colocvială. Aplicațiile digitale și simulările pot contribui la explorarea variațiilor posibile și la descoperirea relațiilor dintre conceptele de bază.

Pentru combinări se recomandă evidențierea proprietăților prin activități exploratorii, precum construirea triunghiului lui Pascal și identificarea legăturilor cu binomul lui Newton. Evaluarea va pune accent pe procesul de gândire, nu doar pe rezultatul numeric, încurajând reflecția și formularea de strategii alternative de rezolvare.

Introducerea **Numerelor complexe** pornește de la necesitatea extinderii mulțimii numerelor reale pentru a descrie soluțiile „imaginare" ale unei ecuații precum $x^2 = -1$. Studiul acestui capitol urmărește înțelegerea modului în care numerele complexe asigură coerența operațiilor algebrice și continuitatea conceptelor matematice, precum și formarea unei perspective unitare asupra diferitelor forme de reprezentare a unui număr complex – algebrică, trigonometrică și geometrică.

În activitățile de predare-învățare se va urmări dezvoltarea gândirii analitice și abstracte prin explorarea proprietăților numerelor complexe, a relațiilor dintre formă și operații, precum și prin interpretarea geometrică a acestora în planul complex. De asemenea, pot fi realizate conexiuni cu științele aplicate, prin analiza situațiilor în care numerele complexe descriu fenomene periodice, oscilații sau procese electrice și mecanice.

Studiul **Polinoamelor cu coeficienți complecși** are la bază generalizarea calculului numeric și extinderea operațiilor algebrice la expresii care conțin variabile. Conținuturile capitolului urmăresc formarea unei înțelegeri unitare asupra operațiilor cu polinoame și a proprietăților care decurg din acestea, cu accent pe conexiunile dintre coeficienți și rădăcini, pe condițiile de divizibilitate și pe interpretarea rezultatelor în contexte variate. Se va insista pe determinarea rădăcinilor unor polinoame „simple" folosind descompunerea în factori, obținută prin folosirea unor formule adecvate sau a proprietăților de divizibilitate.

Se vor face corelații cu științele aplicate, prin modelarea proceselor care pot fi descrise prin relații polinomiale.

La **Probabilități** se va urmări modelarea unor evenimente din viața cotidiană (extragerea de bilete la tombolă, apariția unei combinații de zaruri, roata norocului, combinații de cifre la loterie, extragerea unei cărți de joc, moștenirea trăsăturilor genetice etc.). Se va insista pe ideea că, în formula de calcul a probabilității unui eveniment, evenimentele elementare trebuie să aibă aceeași șansă teoretică de apariție.

În folosirea probabilităților condiționate se va accentua abordarea la nivel intuitiv, evidențiindu-se faptul că independența evenimentelor trebuie înțeleasă ca o chestiune de bun-simț, urmând a fi admisă în funcție de context.

Abordarea conținuturilor de **Statistică matematică** se va realiza prin activități practice și proiecte scurte, care valorifică experiențele elevilor și realizează conexiuni cu realitatea. Se recomandă colectarea și organizarea datelor prin chestionare, sondaje și instrumente digitale (Google Forms, Excel), urmate de reprezentarea grafică (diagrame, histograme, boxplot) și interpretarea rezultatelor. Elevii pot lucra colaborativ în analizarea unor situații reale, pentru a dezvolta gândirea critică și responsabilitatea. Activitățile vor încuraja compararea seturilor de date, calcularea mărimilor caracteristice și interpretarea abaterilor standard. Accentul se va pune pe procesul de învățare, pe corectitudinea raționamentului, pe interpretarea datelor și pe capacitatea elevilor de a comunica concluziile într-un mod clar și argumentat.

Un rol important în predarea conceptelor/noțiunilor despre sondaje îl au aplicațiile practice care vor aborda teme de interes, potrivite pentru elevi în funcție de profil/specializare/domeniu de calificare (teme privind viața școlară, teme privind activitățile din timpul liber, teme legate de divertisment, rolul tehnologiei în educație, atitudini față de anumite produse/servicii, orientarea în cariera profesională etc.). Sugerăm ca, în funcție de tema și scopul sondajului, populația și eșantionul să fie alese, de regulă, din unitatea de învățământ și, dacă dorim să realizăm comparații, din câteva unități școlare.

Evaluarea activității elevilor se poate face individual (urmărind gradul de implicare în activități, calitatea muncii depuse, aprecierea colegială) sau pe echipe (mini-proiecte realizate și prezentate pe baza unor grile/liste de criterii corelate cu cerințele proiectului).

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Clasa a XI-a

Programa clasei a XI-a conține trei segmente: unul în care se continuă studiul funcțiilor (Analiză matematică), altul în care se introduce calculul matriceal și se analizează rezolvarea sistemelor de ecuații liniare (Algebra) și unul în care se continuă studiul analitic al geometriei plane (Elemente de geometrie analitică – drepte în planul cartezian).

Folosirea instrumentelor digitale și a inteligenței artificiale în studiul matematicii la clasa a XI-a consolidează învățarea activă, încurajează explorarea și conectează conceptele teoretice cu aplicații reale.

Algebră

Studiul **matricelor și determinanților** se va introduce pornind de la exemple practice în care datele se pot organiza și se pot prelucra prin operații cu matrice: adunare, înmulțire și înmulțirea unei matrice cu un număr complex. Ridicarea la putere a unei matrice pătratice se va aborda prin metode diverse (inducția matematică, binomul lui Newton, cu șiruri recurente, matrice de rotație, ecuația Hamilton-Cayley), accentul punându-se pe dezvoltarea capacității elevilor de a selecta metoda optimă și de a utiliza rezultatul în contexte diverse (rezolvări de ecuații matriceale, compuneri de funcții omografice, identificarea unor relații de recurență pentru șiruri, transformări de stare, rotații etc.).

Permutările de grad n, $n \in \mathbb{N}^*$, se recomandă a se aborda doar ca instrumente necesare introducerii definiției determinantului de ordin n, $n \in \mathbb{N}^*$, fără extinderi la alte proprietăți sau particularități ale acestora. Astfel, determinanții se vor defini în caz general, proprietățile acestora demonstrându-se și aplicându-se, de preferință, pentru determinanți de ordin 3 sau 4.

Pentru matrice inversabile se recomandă utilizarea exemplelor de matrice pătratice de dimensiuni cel mult 4x4, iar identificarea și calculul inversei unei matrice să fie abordate prin aplicarea definiției sau prin construcția inversei folosind complementii algebrici.

Studiul **sistemelor de ecuații liniare** se va introduce pornind de la situații concrete în care relațiile dintre mărimi pot fi exprimate prin ecuații, astfel încât elevii să poată identifica în mod natural structura unui sistem de ecuații liniare și rolul necunoscutelor. În acest context, se recomandă utilizarea unor exemple provenite din probleme practice, economice sau din domeniul fizicii, pentru a evidenția modul în care informațiile pot fi organizate și prelucrate algebric. Prin această abordare, elevii vor înțelege motivul pentru care aceeași situație poate fi reprezentată printr-un sistem de ecuații liniare și se vor familiariza cu scrierea matriceală.

Rezolvarea sistemelor liniare se va aborda prin metode diverse, precum regula lui Cramer sau metoda lui Gauss, insistându-se pe avantajele și limitele fiecărei abordări. Se urmărește formarea capacității elevilor de a selecta metoda adecvată în funcție de dimensiune, structură și conținutul numeric al sistemului de ecuații liniare.

Noțiunea de rang al unei matrice constituie fundamentul criteriilor generale de compatibilitate a unui sistem de ecuații liniare. Se recomandă evitarea cazurilor excesiv tehnice, punându-se accent pe raționamentul care leagă dependența liniară a ecuațiilor de existența sau unicitatea soluției.

Pentru aprofundarea conceptelor, se va lucra cu sisteme de ecuații liniare de dimensiuni reduse (de regulă cel mult 4x4) care permit parcurgerea completă a calculului și verificarea rezultatelor. Metoda lui Gauss va fi utilizată pentru a evidenția modul sistematic în care pot fi aplicate operațiile elementare pe linii, justificându-se fiecare pas în mod riguros. De asemenea, recurgerea la interpretarea matriceală va consolida legătura dintre sistemele de ecuații liniare, determinanți și matricea inversă, acolo unde aceasta există.

Geometrie analitică

La tema **Elemente de geometrie analitică-drepte în planul cartezian**, panta unei drepte se va prezenta ca fiind înclinația față de orizontală, iar din punct de vedere geometric, ca fiind tangenta unghiului determinat de axa *Ox* și dreaptă, în sens trigonometric (se pot folosi reprezentări ale funcțiilor afine). De asemenea, se vor folosi aplicațiile determinanților în geometrie.

Analiză matematică

Pentru evidențiere proprietăților **mulțimii numerelor reale**, alături de relația de ordine, este importantă menționarea proprietății de densitate a mulțimii numerelor raționale în mulțimea numerelor reale.

Abordarea **limitelor de șiruri** se recomandă a fi demarată intuitiv, folosind șiruri a căror comportare spre infinit poate fi ușor intuită, apoi riguros, prin definiția cu vecinătăți. În parcurgerea strategiilor de eliminare a nedeterminărilor se va pune accent pe dezvoltarea creativității elevilor în prelucrarea expresiilor, în vederea obținerii unor operații cu limite care au sens.

Reprezentările grafice se recomandă a fi construite cu instrumente digitale, facilitând astfel concentrarea elevilor pe interpretarea și compararea datelor și nu pe reprezentări manuale.

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Limita unei funcții într-un punct se va introduce intuitiv, folosind lectura grafică pentru o funcție aleasă arbitrar, urmând ca definiția să fie dată cu șiruri. Pentru justificarea faptului că limita unei funcții „uzuale" într-un punct din domeniul de definiție este egală cu valoarea funcției în acel punct se va folosi și lectura grafică.

Se vor avea în vedere studierea diverselor cazuri de nedeterminare în calculul limitei unei funcții într-un punct și eliminarea acestora prin utilizarea limitelor fundamentale.

În folosirea proprietății valorilor intermediare pentru o funcție continuă se va insista pe aplicațiile referitoare la semnul și la imaginea unei funcții continue.

În studiul **funcțiilor derivabile** se va insista și pe observarea prealabilă a derivabilității funcției, alături de regulile de calculare a derivatei.

Teorema lui Rolle și teorema lui Lagrange trebuie introduse prin interpretarea lor geometrică, oferind un context intuitiv. Acestea nu sunt doar formule de memorat, ci proceduri de verificare a validității unor afirmații sau de justificare a unor proprietăți cantitative și calitative ale funcțiilor.

Derivata întâi va fi utilizată pentru a modela situații-problemă practice ce necesită optimizarea soluțiilor (minimizarea costurilor, maximizarea profitului, eficiența energetică), încurajând elevii să caute toate soluțiile și să analizeze rezultatele. Rolul derivatei întâi în studiul monotoniei și al punctelor de extrem trebuie să fie mereu conectat la această căutare a celei mai bune soluții.

Derivata a doua poate fi introdusă folosind o analogie simplă: dacă derivata întâi este viteza mașinii, derivata a doua este accelerația. Punctul de inflexiune devine „punctul de cotitură" sau momentul de schimbare a ritmului, un concept esențial în analiza economică și fizică.

Clasa a XII-a

Prezentarea unităților de conținut se va realiza astfel încât intercalarea conținuturilor din Algebră, din Geometrie și din Analiză Matematică să permită o folosire eficientă a lor în situații concrete. De exemplu, tema „Reprezentarea grafică a funcțiilor" va fi parcursă înaintea „Conicelor", aceasta din urmă fiind parcursă înainte de unitatea de conținut „Aplicații: aria unei suprafețe plane, volumul unui corp de rotație, centrul de greutate al unei plăci plane omogene".

Algebră

La **Legi de compoziție** definite pe mulțimi finite se vor utiliza reprezentări diverse, atât sub forma unei dependențe funcționale sau a unei table, cât și printr-o diagramă de tip Venn sau printr-un arbore. Cu această ocazie se vor exersa deprinderile de calcul ale elevilor referitoare la proprietățile funcțiilor studiate în clasele anterioare (funcția putere, funcția radical, funcția polinomială, funcția exponențială, funcția logaritmică, funcțiile trigonometrice și inversele acestora).

În studiul **Grupurilor** se vor integra cunoștințele și deprinderile de calcul referitoare la legile de compoziție, punând accent de fiecare dată pe proprietățile folosite.

Geometrie

În studiul **Conicelor** se vor utiliza și instrumente digitale, pentru a ilustra obținerea conicelor folosind definițiile lor geometrice, sau cunoștințele de analiză matematică. Vor fi oferite exemple din viața cotidiană în care sunt utilizate conicele (antene parabolice, orbite eliptice, secțiuni optice hiperbolice), pentru ca studiul acestora să devină mai motivant. Se va pune accentul pe recunoașterea, dintr-o ecuație dată, a tipului unei conice și a elementelor acesteia, precum și pe reprezentarea ei grafică – atât folosind proprietățile geometrice ale conicei, cât și utilizând cunoștințele de analiză matematică. În studiul poziților relative a două conice, sau a unei conice față de o dreaptă, se va pune accent pe folosirea sistemelor de ecuații.

Analiză matematică

La **Grafice de funcții** se vor exersa noțiunile nou introduse folosind achizițiile anterioare și deprinderile de calcul ale elevilor referitoare la proprietățile funcțiilor studiate, legate de analiză matematică, stimulând gândirea algoritmică (prin parcurgerea ordonată a pașilor necesari pentru studiul variației și reprezentarea grafică a unei funcții). Vor fi utilizate instrumente digitale, atât pentru lecturile grafice ale proprietăților reprezentărilor date ale unor funcții, cât și ca modalitate de a verifica acuratețea reprezentării grafice a unei funcții de către elevi, sau pentru a determina numărul soluțiilor unei ecuații.

Introducerea noțiunii de **primitivă**, precum și prezentarea metodei de integrare prin părți și a metodei de schimbare de variabilă se vor realiza pornind de la exemple simple, legate de cunoștințele privind calculul derivatelor, dobândite de elevi în clasa a XI-a. Primitivele unor funcții uzuale vor fi obținute pornind de la formulele de derivare. Metodele de integrare prin părți și prin schimbare de variabilă vor fi prezentate folosind exemple progresive, motivându-se alegerea uneia sau alteia dintre metode.

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Noțiunea de **integrală definită** se va introduce subliniind corelația dintre sumele Riemann asociate unei funcții continue și pozitive și aria subgraficului acesteia. Se va insista pe formarea deprinderilor de a justifica integrabilitatea. Metodele de calcul al integralelor definite vor fi parcurse punând accentul pe asemănările și deosebirile dintre aplicarea lor la integralele nedefinite și la cele definite.

Aplicațiile integralei definite pentru calculul ariei unei suprafețe plane sau al volumului unui corp de rotație vor cuprinde și exemple care să vizeze elemente de geometrie; este recomandabil să fie determinate și ariile delimitate de unele conice și/sau drepte, precum și volumele corpurilor rotunde studiate anterior. În cadrul orelor dedicate aplicațiilor integralei definite vor fi prezentate și exemple de modelare matematică a unor probleme din fizică (centre de greutate, lucru mecanic).

GRUP DE LUCRU

Nume şi prenume	Funcţie/Titlu ştiinţific	Instituţie de apartenenţă, localitate, judeţ
Alexandrescu Cristian	profesor	Colegiul Naţional „Ion Creangă", Bucureşti
András Szilárd-Károly	Conf. univ. dr.	Universitatea „Babeş - Bolyai", Cluj-Napoca, Cluj
Bălună Mihail	profesor	Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Cerbu-Sfarghiu Cristian-Vladimir	profesor	Colegiul Naţional Militar „Ştefan cel Mare", Câmpulung Moldovenesc, Suceava
Chirilă Constantin	profesor	Colegiul Naţional „Garabet Ibrăileanu", Iaşi
Dogaru Cătălina Gabriela	profesor	Seminarul Teologic Ortodox „Sfântul Vasile cel Mare", Iaşi
Durea Marius	Prof. univ. dr.	Universitatea „Alexandru Ioan Cuza", Iaşi
Ezaru Lorena Mihaela	profesor	Colegiul Naţional Militar „Dimitrie Cantemir", Breaza, Prahova
Fuia Anamaria	profesor	Colegiul Naţional Militar „Mihai Viteazul", Alba Iulia, Alba
Goga Roxana	profesor	Colegiul Naţional „Sfântul Sava", Bucureşti
Gologan Radu Nicolae	Prof. univ. dr.	Universitatea Politehnica - SSMR, Bucureşti
Heuberger Daniela Adriana	profesor	Colegiul Naţional „Vasile Lucaciu", Baia Mare, Maramureş
Iancu Emilia	profesor	Colegiul Naţional „Matei Basarab", Bucureşti
Lascu Dan	Prof. univ. dr.	Academia Navală „Mircea cel Bătrân", Constanţa
Magdaş Adrian	profesor	Colegiul Naţional „Emil Racoviţă", Cluj-Napoca, Cluj
Marzavan Silvia	Conf. univ. dr.	Academia Tehnică Militară „Ferdinand I", Bucureşti
Mitrenca Tanţa	profesor	Colegiul Naţional Militar „Alexandru Ioan Cuza", Constanţa
Munteanu Bogdan	Lect. univ. dr.	Academia Forţelor Aeriene „Henri Coandă", Braşov
Muşătoiu Silvia Mihaela	profesor	Colegiul Naţional „Gheorghe Şincai", Bucureşti
Nicolae Florentin	profesor	Colegiul Naţional „Fraţii Buzeşti", Craiova, Dolj
Ornea Liviu	membru corespondent	Academia Română
Paraschiv Alina	inspector şcolar	Inspectoratul Şcolar al Municipiului Bucureşti
Perianu Marius	profesor	Colegiul Naţional „Ion Minulescu", Slatina, Olt
Plugariu Andrei	profesor	Colegiul Naţional „Costache Negruzzi", Iaşi
Pravăţ Cristian	profesor	Şcoala Europeană Bruxelles 4
Pupăză Ionica-Mihaela	profesor	Colegiul Naţional Militar „Tudor Vladimirescu", Craiova, Dolj
Şerban Marcel-Adrian	Conf. univ. dr.	Universitatea „Babeş - Bolyai", Cluj-Napoca, Cluj
Şontea Ovidiu Mihai	profesor	Colegiul Naţional de Informatică „Tudor Vianu", Bucureşti

ROMÂNIA MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII

RESPONSABILI/COORDONATORI ŞTIINŢIFICI

Nume şi prenume	Funcţie/Titlu ştiinţific	Instituţie de apartenenţă	Calitate
Cristescu Bogdan	Director General	Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare	Coordonator GL
Vrînceanu Gabriel Narcis	Şef Serviciu Dezvoltare Curriculum	Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare	Coordonator GL
Streinu-Cercel Gabriela	consilier	Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare	Coordonator GLC aria curriculară *Matematică şi ştiinţe ale naturii*
Gherghe Cătălin Liviu	Conf. univ. dr.	Universitatea Bucureşti - SSMR, Bucureşti	Coordonator ştiinţific
Stoleriu Anca Voichiţa	consilier	Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare	Responsabil