BACALAUREAT 2026

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}4-x & x\\ -x & 1-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1. Arătați că $\det(A(2))=2$.

2. Determinați numărul real a pentru care $3A(2)-A(4)=2A(a)$.

3. Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x))=x$.

4. Arătați că matricea $B=\frac{1}{2}(I_2-A(2))$ este inversa matricei $A(2)$.

5. Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x)\cdot A(x)=yI_2$.

6. Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X-A(2)\cdot X=A(3)$.

REZERVA BACALAUREAT 2026

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}9 & 6\\ 4 & -1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x+2 & 3\\ 2 & x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1. Arătați că $\det(B(4))=6$.

2. Arătați că $2B(3)+B(6)=3B(4)$.

3. Determinați numărul real a pentru care $B(-2)\cdot B(5)=aB(0)$.

4. Determinați numărul întreg m pentru care $\det(2B(m)-A)<0$.

5. Determinați perechile (n,p) de numere naturale pentru care $B(n)\cdot B(-n)=2pI_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

6. Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(4)\cdot X=2A$.

BACALAUREAT 2026 (11.aug.2026)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2 & 0\\ x & x-3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1. Arătați că $\det(A(5))=4$.

2. Determinați numărul real x pentru care $3A(5)-A(1)=2A(x)$.

3. Determinați numărul real m pentru care $A(4)\cdot A(4)+2I_2=mA(4)$.

4. Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(A(x)+A\left(x^2\right)\right)=0$.

5. Determinați numerele reale a și b pentru care suma elementelor matricei $A(x)\cdot A(a)$ este egală cu b, pentru orice număr real x.

6. Se consideră matricea $B=\begin{pmatrix}4\\ 0\end{pmatrix}$. Determinați matricea $C\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A(5)\cdot C=B$.

SIMULARE (martie.2026)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x & 2-x\\ x-1 & 3-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1. Arătați că $\det\left(A(4)\right)=2$.

2. Determinați numărul real x pentru care $A(3)+3A(x)=4A(6)$.

3. Arătați că $A(5)\cdot\left(3I_2-A(5)\right)=2I_2$.

4. Arătați că $\det\left(A(0)\cdot A(1)-A(x)\right)=0$, pentru orice număr real x.

5. Arătați că numărul $N=\det\left(A(n)+nI_2\right)$ este natural par, pentru orice număr natural n.

6. Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(5)\cdot X=A(0)+3X$.

MODEL M.E.N. (1.nov.2025)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1 & 6\\ 0 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $M(x,y)=xA+yB$, unde x și y sunt numere reale.

1. Arătați că $\det A=-2$.

2. Determinați numărul real a pentru care $A+2I_2=aB$.

3. Arătați că $A\cdot A+A=2I_2$.

4. Determinați numerele reale x și y pentru care $M(x,y)\cdot A=B$.

5. Arătați că, dacă x și y sunt numere reale distincte astfel încât $\det\left(M(x,y)\right)=\det\left(M(y,x)\right)$, atunci $x+y=0$.

6. Determinați numerele reale x pentru care $M(x,x)\cdot M(x,-x)=M(-2,2)$.

BACALAUREAT 2025

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}2 & 3x\\ x & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1. Arătați că $\det\left(M(1)\right)=1$.

2. Arătați că $M(1)+2M(4)=3M(3)$.

3. Determinați numărul real a pentru care $M(2)\cdot M(-2)=aI_2$.

4. Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(M(x)+M(-2x)\right)=4$.

5. Determinați numerele reale x și y pentru care $M(x)\cdot M(-1)+M(y)=12M(-1)$.

6. Demonstrați că numărul natural $N=\det\left(2M(1)+nI_2\right)$ este multiplu de 4, pentru orice număr natural par n.

BACALAUREAT (12.aug.2025)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ -3 & 2-a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1. Arătați că $\det(M(1))=4$.

2. Arătați că $3M(4)-M(2)=2M(5)$.

3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(M(a))=0$.

4. Determinați numărul real x pentru care $M(3)\cdot M(3)=xM(3)$.

5. Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X=2M(-1)$.

6. Determinați numerele întregi m pentru care $\det(M(m)+mI_2)\le\det(M(-2m))$.

SIMULARE (martie.2025)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2x & 3x+1\\ 1-x & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1. Arătați că $\det(B(1))=2$.

2. Arătați că $B(1)\cdot B(2)-B(2)=11A$.

3. Determinați numărul real a pentru care $\det(B(-1)+aA)=0$.

4. Arătați că $B(-x)+2B(x)=3B\left(\frac{x}{3}\right)$, pentru orice număr real x.

5. Determinați numărul real x pentru care $A\cdot(B(x)+I_2)=B(x)\cdot A$.

6. Arătați că, pentru orice numere întregi m și n, numărul $N=\det(B(2m)-B(2n+1))$ este natural, multiplu impar de 3.

SESIUNE SPECIALĂ (22.mai.2025)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ și $B(a,b)=\begin{pmatrix}a & a\\ b & a\end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

1. Arătați că $\det(B(1,-1))=2$.

2. Arătați că $A\cdot B(1,-3)=4I_2$.

3. Determinați numerele reale a și b pentru care $A-2I_2=B(a,b)$.

4. Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(1,-1)=A$.

5. Știind că a și b sunt numere reale, $a\neq 0$, astfel încât $\det(aA-B(a,b))=0$, arătați că $3a=b$.

6. Determinați perechile (a,b) de numere reale, cu $a<b$, pentru care $(a+b)B(a,b)+bB(a+b,-b)=B(25,6)$.

MODEL M.E.N (nov.2024)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a-1 & a\\ a & a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1. Arătați că $\det(A(2))=-1$.

2. Arătați că $A(2)+A(0)=2A(1)$.

3. Arătați că $A(0)\cdot A(0)=I_2$.

4. Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.

5. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)+aI_2)=11$.

6. Se consideră matricea $C(a,b)=aA(b)+bA(a)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați perechile (a,b) de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $C(a,b)$ este egală cu 24.

BACALAUREAT 2024

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a+2 & 2\\ 2 & a-6\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1. Arătați că $\det(A(6))=-4$.

2. Arătați că $A(3)\cdot A(1)=19I_2$.

3. Demonstrați că $A(a)+A(-a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.

4. Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a))=-20$.

5. Determinați numerele reale a pentru care $A(a^2)-A(a)=2I_2$.

6. Determinați numerele reale x și y pentru care $A(-1)\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ 9\end{pmatrix}$.

BACALAUREAT (20.aug.2024)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a+1 & -1\\ 1 & a-1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1. Arătați că $\det(A(1))=1$.

2. Demonstrați că $I_2+A(a-1)=A(a)$, pentru orice număr real a.

3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a))=a$.

4. Determinați numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}8 & -4\\ 4 & 0\end{pmatrix}$.

5. Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(2)$.

6. Demonstrați că $\det(A(a)+I_2)\geq 0$, pentru orice număr real a.

SIMULARE (5.mar.2024)

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ și $X(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

1. Arătați că $\det A=0$.

2. Arătați că $A\cdot A=A$.

3. Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(X(a)\right)=2a^2$.

4. Demonstrați că $A\cdot X(a)=(a+1)A$, pentru orice număr real a.

5. Demonstrați că $X(m)\cdot X(n)=X(m+n+mn)$, pentru orice numere reale m și n.

6. Demonstrați că, dacă a și b sunt numere reale distincte pentru care $X(a)\cdot X(a)=X(b)\cdot X(b)$, atunci $a+b+2=0$.

MODEL M.E.N (nov.2023)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}a+1 & 3\\ 3 & a+4\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1. Arătați că $B(1)-B(0)=I_2$.

2. Arătați că $B(-1)\cdot B(-4)=9I_2$.

3. Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(B(a)\right)=a$.

4. Demonstrați că matricea $C(n)=B(n)-A$ este inversabilă, pentru orice număr natural n.

5. Determinați numărul real a, știind că $A\cdot A=B(a)$.

6. Determinați numerele reale a, $a\geq 0$, pentru care $B(a)-B\left(\sqrt{a}\right)=O_2$.

TEST 1 Ilfov

Fie matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}, x\in\mathbb{R}$.

1. Să se calculeze $det\ A$.
2. Să se determine $x, x\in\mathbb{R}$ astfel încât $A+B(x)=\begin{pmatrix}5 & -1\\ 5 & 7\end{pmatrix}$
3. Să se determine calculeze $A\cdot B(1)-B(1)\cdot A$.
4. Să se calculeze $A+A^2+A^3$.
5. Să se determine matricea X astfel încât $A\cdot X=B(1)$.
6. Să se calculeze $B(1)+B(2)+\cdots+B(2025)$.

TEST 2 Bihor

Fie matricile:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ și } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Să se calculeze $B^2 - 3B$.
2. Să se verifice egalitatea $B \cdot A = 3B$.
3. Arătați că $A \cdot B \neq B \cdot A$.
4. Să se arate că toate elementele matricei $(A \cdot B)^2 - (B \cdot A)^2$ sunt egale.
5. Determinați $p \in \mathbb{R}$ astfel încât $(A+B)^2 = p(A+B)$.
6. Calculați $(A \cdot B)^{2026} + (B \cdot A)^{2026}$.

TEST 3 Brăila

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.

1. Arătați că $\det X(0) = 1$.
2. Calculați $A^2 - 5A$.
3. Determinați $m \in \mathbb{Z}$ astfel încât $X(-1) \cdot X(2) = X(m)$.
4. Arătați că $\det X(a) \neq 0$ pentru orice număr întreg a.
5. Rezolvați ecuația matriceală $(I_2 + A) \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 11 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$, unde $X \in M_2(\mathbb{R})$.
6. Demonstrați că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+5ab)$ pentru orice a și b numere reale.

TEST 4 Botoșani

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $M(x,y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

1. Arătați că $\det A = 2$.
2. Determinați numerele reale x și y astfel încât $M(x,y) = A + 2I_2$.
3. Determinați numărul real x pentru care $\det(M(x,1)) = 7$.
4. Arătați că $A \cdot A \cdot A - A \cdot A = -2A$.
5. Determinați numerele reale x și y, știind că $A \cdot M(x,y) = M(x,y) \cdot A$.
6. Demonstrați că, dacă a și b sunt numere întregi pentru care $M(a,-b) \cdot M(-a,b) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, atunci numărul $N = a - 3 \cdot b$ este divizibil cu 5.

TEST 5 Cluj

Se consideră mulțimea $G=\left\{A(x)=\begin{pmatrix}1-x & x\\ x & 1-x\end{pmatrix}\middle| x\in R\right\}$.

1. Arătați că $A(1)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

2. Calculați $A(1)+A(4)$.

3. Demonstrați că $\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\in G$.

4. Demonstrați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y-2xy)$ pentru orice x și y numere reale.

5. Aflați numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(3)=A(6)$.

6. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(A(x))^2=A(0)$.

TEST 6 Gorj

Fie matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 8 & -4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ *și* $M(a)=A+3aI_2$, *cu a parametru real*

1. Arătați că $\det(A)=0$.
2. Arătați că $M(-1)\cdot M(1)=-9I_2$.
3. Determinați valorile parametrul real a, pentru care det (M(a))=9.
4. Arătați că , dacă $a\neq 0$, atunci M(a) este inversabilă.
5. Determinați $X\epsilon\,\mathcal{M}_2(\mathcal{R})$, *astfel încât să avem* $M(\frac{2}{3})\cdot X=M\left(-\frac{1}{3}\right)$.
6. Să se verifice dacă are loc relația $(M(a))^2=6\cdot a\cdot A+9a^2\cdot I_2$, oricare ar fi a real.

TEST 7 Iași

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & -2\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+a\cdot A$, unde a este număr real.

1. Arătați că $M(1)+M(-1)=2I_2$.

2. Determinați numărul întreg n pentru care $A\cdot A=n\cdot A$.

3. Arătați că $M(a)\cdot A=A\cdot M(a)$, pentru orice număr real a.

4. Determinați matricea $X\in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot M(0)\cdot(A-I_2)=4A$.

5. Determinați numărul natural n pentru care
$M(-5)+M(-4)+M(-3)+.....+M(3)+M(4)+M(5)=n\cdot I_2$.

6. Determinați perechile de numere întregi (a,b), cu $a<b$ pentru care $M(a)\cdot M(b)=M(3)$.

TEST 8 Olt

Se consideră matricile $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
Se definește matricea $M(p,q) = p \cdot A + q \cdot B$, unde p și q sunt numere reale.

1. Arătați că $det(A - 2 \cdot I_2) = 1$.
2. Determinați numărul întreg k pentru care $2A + kI_2 = B$.
3. Arătați că $A \cdot B = B \cdot A$.
4. Determinați numerele reale p și q pentru care $M(p,q) = A^t$, $A^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$,
5. Arătați că, oricare ar fi p și q, numere reale, $det(M(p,q)) = det(M(q,p))$.
6. Determinați perechile (p, q) de numere reale pentru care $M(p,q) \cdot M(q,-p) = 6I_2$.

TEST 9 SUCEAVA I

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{xy - 2x + y}{3}$.

1. Arătați că $1 * 2 = \frac{2}{3}$.

2. Arătați că legea de compoziție „$*$” nu este comutativă, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

3. Determinați numărul real a pentru care $(a-1) * 4 = a$.

4. Determinați numerele reale x pentru care $x * (x+3) \le 2$.

5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(2^x + 1) * (2^x - 2) = \frac{2}{3}$.

6. Determinați toate perechile de numere naturale (m,n), $m < n$, pentru care $m * n = 2$.

TEST 10 Suceava II

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$, $X(a) = \begin{pmatrix} 1+2a & -a \\ 3a & -2a \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $X(a) = A^2$.

2. Să se arate că $B^2 = B$ unde $B = I_2 + A$.

3. Să se arate că mulțimea $M = \{ A^n \mid n \in \mathbb{N}^* \}$ este finită.

4. Să se calculeze $\det(2026 \cdot I_2 + A + A^2 + ... + A^{2026})$.

5. Să se calculeze inversa matricei $D = A - A^t$, unde A^t este transpusa matricei A.

6. Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea $C = x \cdot I_2 + A^2$ să fie inversabilă.

TEST 11 Vaslui

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}x & 1-x\\ 1-x & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1. Arătați că $A^2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

2. Calculați $[M(2)]^3-2[M(2)]^2+3I_2$.

3. Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot\begin{pmatrix}1\\ 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ 5\end{pmatrix}$.

4. Determinați numărul real x pentru care $A\cdot M(x)=\begin{pmatrix}6 & 0\\ -3 & 0\end{pmatrix}$.

5. Calculați $M(x)\cdot M(-x)$, $x\in\mathbb{R}$.

6. Determinați numărul natural n pentru care $M(1)+M(2)+\cdots+M(n)=\begin{pmatrix}45 & -36\\ -36 & 45\end{pmatrix}$.