BACALAUREAT 2026

Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x\ln x}$.

a) Arătați că $\displaystyle\int_2^3 f(x)x\ln x\,dx=\frac{7}{3}$.

b) Arătați că $\displaystyle\int_e^{e^2}\frac{f(x)}{x^2-4}dx=\ln 2$.

c) Arătați că $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{1}{F^2(x)}\int_2^x(t-2)F(t)dt=\frac{\ln 2}{4}$, unde $F:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(2)=0$.

BACALAUREAT 2026 – rezerva

Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+\dfrac{1}{x+2}$.

a) Arătați că $\displaystyle\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x+2}\right)dx=15$.

b) Arătați că $\displaystyle\int_1^e\frac{4\ln x}{f(x)-4x^3}dx=e^2+9$.

c) Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f\left(e^x\right)-4e^{3x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ este egală cu $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3e}{e+2}$.

BACALAUREAT 2026 – 11 august 2026

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$.

a) Arătați că $\displaystyle\int_2^4 f(x)\sqrt{x^2-4x+5}dx=2$.

b) Arătați că $\displaystyle\int_1^3 f(x)dx=0$.

c) Determinați numărul real nenul m pentru care volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției $g:[2,3]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$, în jurul axei Ox este egal cu $\pi\left(1-\dfrac{\pi}{m}\right)$.

SESIUNEA SPECIALA 19 mai 2026

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=6+\frac{1}{x}+\frac{\ln^2 x}{x}$.

a) Arătați că $\int_1^3\left(f(x)-\frac{\ln^2 x}{x}\right)dx=12+\ln 3$.

b) Arătați că $\int_1^e\left(f(x)-6-\frac{1}{x}\right)dx=\frac{1}{3}$.

c) Determinați numărul real m pentru care aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)-6}{x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$ este egală cu $m\left(1-\frac{2}{e}\right)$.

SIMULARE 24 mar 2026

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(4x+\frac{6}{x^2}\right)\ln x$.

a) Arătați că $\int_2^3\frac{f(x)}{\ln x}dx=11$.

b) Arătați că $\int_1^e x\left(f(x)-4x\ln x\right)dx=3$.

c) Determinați primitiva $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției f, pentru care axa Ox este tangentă la graficul funcției F.

MODEL M.E.N. noiembrie 2025

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2+\sqrt{x^2+4}$.

a) Arătați că $\int_0^3\left(f(x)-\sqrt{x^2+4}\right)dx=3$.

b) Arătați că $\int_0^{\sqrt{5}}\frac{x}{f(x)-x^2+2}dx=1$.

c) Demonstrați că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^2}\int_0^x F(t)dt=0$, unde $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0)=0$.

TEST 1 Ilfov

Fie $f: R \to R, f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, x \in (-\infty, -1) \\ 2 + x, x \in [-1, \infty) \end{cases}$.

a) Să se arate că f sa admită primitive pe $\mathbb{R}$.

b) Să se determine o primitivă F a funcției cu proprietatea că F(2)= $\frac{3}{2}$.

c) Determinați o primitivă $G: R \to R$ a funcției $g: [-1, \infty) \to R$, $g(x) = \frac{1}{2x^2+x+4-f(x)}$, pentru care $G(0) = 0$, unde f(x)= $2 + x, x \in [-1, \infty)$

TEST 2 Bihor

Se consideră funcțiile:

$$f: (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = e^x + \frac{x-2}{x}$$

$$F: (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad F(x) = e^x + x - \ln x^2.$$

a) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f.

b) Arătați că orice primitivă a funcției f este convexă.

c) Să se calculaze $\int (x f(x) + F(x))dx$

TEST 3 Brăila

Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\cos x}{2 - \cos^2 x}$.

a) Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

b) Calculați $\int f(x)dx$.

c) Determinați o primitivă a funcției $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = f(x)\sin x$ pentru care $G\left(\frac{\pi}{2}\right) = \ln\sqrt{\frac{2}{e}}$

TEST 4 Botoșani

Fie funcțiile $f, F: (-1, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 2)\sqrt{x+1}$ și $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{x+1}$.

a) Aflați $a, b, c \in \mathbb{R}$, știind că F este primitiva lui f.

b) Arătați că orice primitivă G a funcției f este strict crescătoare.

c) Calculați $\lim\limits_{x \to 1} \frac{G(x)-G(1)}{x^2-1}$, știind că G este o primitivă oarecare a funcției f.

TEST 5 Cluj

Se consideră funcția $f:R\to R,\ f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x^2+1}$.

a) Calculați $\int\left(x^2+1\right)\cdot f\left(x\right)dx$.

b) Determinați funcția $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitivă a funcției f, pentru care $G\left(1\right)=\ln 2$.

c) Calculați $\int f'\left(x\right)\cdot e^{f\left(x\right)}\,dx$.

TEST 6 Călărași

Pentru orice număr natural nenul n, se consideră funcția $f_n:[0,\ 1]\to\mathbb{R},\ f_n\left(x\right)=x^n\sqrt{x+1}$, iar șirul $\left(I_n\right)_{n\geq 1}$, este definit prin $I_n=\int_0^1 f_n\left(x\right)dx$.

a) Arătați că $\int_0^1\frac{f_2\left(x\right)}{\sqrt{x+1}}dx=\frac{1}{3}$.

b) Arătați că $I_1=\frac{4\left(\sqrt{2}+1\right)}{15}$.

c) Demonstrați că $\left(2n+3\right)I_n+2nI_{n-1}=4\sqrt{2}$, pentru orice număr natural nenul n.

TEST 7 Gorj

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},f(x)=x+1$.

a) Arătați că $\int_0^1 x\cdot f(x)dx=\frac{5}{6}$.

b) Determinați numărul real $a>2$ cu proprietatea că $\int_2^a\frac{f(x)-1}{x^2-1}dx=\ln\left(\sqrt{5}\right)$.

c) Să se demonstreze că $1\leq\int_0^1\sqrt{x}\cdot e^{f(x)-1}dx\leq e-1$.

TEST 8 Iași

Se consideră funcția $f:(-\infty,2)\to\mathbb{R},\ f\left(x\right)=\sqrt{2-x}$.

a) Arătați că funcția $g:(-\infty,2)\to\mathbb{R},\ g\left(x\right)=-\frac{2}{3}\left(2-x\right)\sqrt{2-x}$ este o primitivă a funcției f.

b) Determinați primitiva $F:(-\infty,2)\to\mathbb{R}$ a funcției f al cărei grafic trece prin punctul de coordonate $\left(1,\frac{1}{3}\right)$.

c) Calculați $\int\frac{f\left(-x^2\right)-f\left(x^2\right)}{f\left(x^4-2\right)}dx$, $x\in\left(0,1\right)$.

TEST 9 Olt

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2xe^x-2x+1}{x}$.

a) Arătați că $\int_1^e f(x)dx=2e^e-4e+3$.

b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1)=2e$.

c) Demonstrați că orice primitivă G a funcției $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}$, este funcție convexă.

TEST 10 Suceava I

Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg}2x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{2}{1+4x^2}$.

a) Arătați că funcția f este o primitivă a funcției g.

b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este funcție convexă.

c) Determinați primitiva F a funcției f cu proprietatea că $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\pi}{8}$.

TEST 11 Suceava II

Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul real $I_n=\int_0^1\dfrac{x^n}{1+x}dx$.

a) Arătați că $I_1=1-\ln 2$.

b) Demonstrați că $I_{n+1}\le I_n$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

c) Arătați că $nI_n=\dfrac{1}{2}-\int_0^1\dfrac{x^n}{(1+x)^2}dx$, pentru orice număr natural $n\ge 2$.

TEST 12 Vaslui

Se consideră funcția $f:(0;+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-2}{x}, & x<1\\ 2lnx-1, & x\ge 1\end{cases}$.

a) Arătați că funcția f admite primitive pe $(0;+\infty)$.

b) Calculați $\int\frac{x}{f(x)}dx$, $x\in(0;1)$.

c) Dacă F este o primitivă a funcției f pe intervalul $(1;+\infty)$, demonstrați că $F(\pi)<F(4)$.