**BACALAUREAT 2026**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^3-4x}{x^2+5}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{\left(x^2-1\right)\left(x^2+20\right)}{\left(x^2+5\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

**b)** Arătați că dreapta de ecuație $y=x$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției $f$.

**c)** Determinați mulțimea numerelor reale $m$ pentru care ecuația $f(x)=m$ are exact trei soluții.

**BACALAUREAT 2026 – rezerva**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\sqrt{2x^2+1}-3\ln\left(2x^2+1\right)$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{4x\left(\sqrt{2x^2+1}-3\right)}{2x^2+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției $f$.

**c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=m$ are exact două soluții, pentru orice $m\in(2,+\infty)$.

**BACALAUREAT 2026 – 11 august 2026**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-4x-3-(2x-3)e^{2x}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=4(x-1)\left(1-e^{2x}\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=4$.

**c)** Demonstrați că ecuația $f(x)+n=0$ are soluție unică, pentru orice număr natural nenul $n$.

**SESIUNEA SPECIALA 19 mai 2026**

Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x+2x+1}{x+1}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{xe^x+1}{(x+1)^2}$, $x\in(-1,+\infty)$.

**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției $f$.

**c)** Demonstrați că funcția $f$ este strict crescătoare.

**SIMULARE 24 mar 2026**

Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^{x-2}}{\sqrt{x-1}}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{e^{x-2}(2x-3)}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$, $x\in(1,+\infty)$.

**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\left(f(x)\right)^{\frac{1}{x-2}}=\sqrt{e}$.

**c)** Determinați mulțimea numerelor reale $m$ pentru care ecuația $f(x)=mx$ are exact două soluții.

**MODEL M.E.N. noiembrie 2025**

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln^2 x-x\ln x$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(2-x)\ln x}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

**b)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției $f$ în care tangenta la graficul funcției $f$ este paralelă cu axa $Ox$.

**c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=0$ are soluție unică.

**TEST 1 Ilfov**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$, definită prin $f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$.

a) Arătați că $f'(x)=1-\dfrac{2}{(x-1)^2}$.

b) Determinați coordonatele punctului de intersecție dintre tangenta la graficul funcției în punctul de abscisă $x=2$ și asimptota oblică la $+\infty$.

c) Arătați că pentru orice $x\in[2,4]$ are loc inegalitatea $2\sqrt{2}\le f(x)\le\dfrac{11}{3}$.

**TEST 2 Bihor**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

**b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x))^x$.

**c)** Să se determine valorile lui $a$, $a\in\mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x)=a$ are exact două soluții reale.

**TEST 3 Brăila**

Se consideră funcţia $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{x+1}$.

**a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{x-2}{(x+1)^2\sqrt{x^2+2}}$, $x\in(-1,+\infty)$.

**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)\right)^{5x}$.

**c)** Arătaţi că $\sqrt{3\left(e^{2x}+2\right)}\geq\left(e^x+1\right)\sqrt{2}$, pentru orice $x\in(-1,\infty)$.

**TEST 4 Botoşani**

Fie funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^{-\frac{1}{x}}$.

**a)** Arătați că funcția $f$ este strict crescătoare.

**b)** Determinați asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției $f$.

**c)** Arătați că pentru $m\in\left(0,\frac{1}{e}\right)$ ecuația $f(x)=mx^2$ are exact 2 rădăcini reale distincte.

**TEST 5 Cluj**

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+a+1, & x\leq 1\\ x^2+a^2x, & x>1\end{cases}$, unde $a$ este un număr real.

**a)** Determinaţi numerele reale $a$ pentru care funcţia $f$ este continuă în $x=1$.

**b)** Pentru $a=2$, calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{f(x)}-\sqrt{f(x)+x}\right)$.

**c)** Pentru $a=-1$, arătaţi că ecuaţia $f(x)+2^x=0$ are cel puţin o soluţie în intervalul $[-1,0]$.

**TEST 6 Călăraşi**

Se consideră funcţia $f:(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x\ln x-(1-x)\ln(1-x)$.

**a) a)** Verificaţi dacă $f'(x)=\ln\dfrac{1-x}{x}$, oricare ar fi $x\in(0,1)$.

**b) b)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\searrow 0}f(x)=0$.

**c)** Dacă $a,b\in(0,1)$ şi $a+b=1$, atunci demonstraţi că $a\ln a+b\ln b\geq\ln\dfrac{1}{2}$.

**TEST 7 Gorj**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x^2-x-1)\cdot e^{-x}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=(3x-x^2)\cdot e^{-x}, x\in\mathbb{R}$.

**b)** Să se scrie ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției $f$.

**c)** Determinați numerele $x\in[0,+\infty)$ pentru care $f(x)$ este număr întreg.

**TEST 8 Iași**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x-2x}{e^x-1}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2xe^x-3e^x+2}{\left(e^x-1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}-\{0\}$.

**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției $f$.

**c)** Demonstrați că funcția $f$ are exact două puncte de extrem.

**TEST 9 Olt**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+\ln\left(x^2+x+1\right)$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2x^2+4x+3}{x^2+x+1}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x+1)-f(x)\right)$.

**c)** Arătați că funcția $f$ este bijectivă.

**TEST 10 Suceava I**

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{\ln(x+1)}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x+1)\ln(x+1)-x\ln x}{x(x+1)\ln^2(x+1)}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției $f$.

**c)** Determinați mulțimea $B$ cu proprietatea că funcția $g:(0,+\infty)\to B$, $g(x)=f(x)$ este bijectivă.

**TEST 11 Suceava II**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg}x-x+\frac{x^3}{3}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x^4}{x^2+1}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^5}$.

**c)** Demonstrați că $x-\frac{x^3}{3}<\operatorname{arctg}x<x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

**TEST 12 Vaslui**

Se consideră funcția $f:(2;\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+6x}{x-2}$.

**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x-6)(x+2)}{(x-2)^2}$, $x\in(2;+\infty)$.

**b)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)^{x-2}$.

**c)** Determinați valorile reale ale lui $m$ pentru care ecuația $f(x)=m$ are două soluții reale și distincte.