

Examenul de bacalaureat 2024
Simularea probei E.c)

Probă scrisă la MATEMATICĂ M_{st-nat}

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Simulare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. O progresie aritmetică cu rația 3 are suma primilor patru termeni egală cu 114. Determinați primul termen al progresiei.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2mx + (m+2)$, unde m este număr real. Determinați valorile numărului real m , știind că vârful parabolei asociate graficului funcției este situat în cadranul IV al sistemului de axe ortogonale xOy .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(3x-2) + \log_2(x+2) = 4$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea, ca alegând la întâmplare un număr din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 30\}$, acesta să fie prim.
- 5p 5. Se consideră dreptele de ecuații $d_1: 2x - 3y + 5 = 0$ și $d_2: 3x + y - 9 = 0$. Calculați distanța de la punctul $A(1,1)$ la punctul de intersecție al dreptelor d_1 și d_2 .
- 5p 6. Calculați perimetrul triunghiului ABC_{Δ} unde $AB = 6$, $AC = 10$, $\hat{A} = 120^\circ$.

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Calculați $\det(A(2))$.
- 5p b) Determinați valorile numărului real a , pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathbf{M}_{3,1}(\mathbb{R})$, pentru care $A(2) \cdot X = B$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 2xy - 6(x+y) + 21$.
- 5p a) Arătați că $x * y = 2(x-3)(y-3) + 3$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „*” pe \mathbb{R} .
- 5p c) Rezolvați ecuația $x * x * x = -29$ pe mulțimea numerelor reale.

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(1-x)(1+x)}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul de coordonate $(a, f(a))$ este paralelă cu axa Ox .
- 5p c) Determinați imaginea funcției f .
2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 1)e^x$ și $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$, $a, b, c \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Calculați $\int f(x)e^{-x} dx$, pentru $x \in \mathbb{R}$
- 5p b) Determinați numerele reale a, b, c , astfel încât funcția F să reprezinte o primitivă a funcției f .
- 5p c) Să se arate că orice primitivă a funcției f este o funcție convexă.