Examenul de bacalaureat 2024
Simularea probei E.c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ *M_st-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_1+a_2+a_3+a_4=114 \Rightarrow 4a_1+6r=114$	**3p**
	$a_1=24$	**2p**
2.	$x_V=m; y_V=-m^2+m+2$ $V\in IV. \Rightarrow v_V>0; y_V<0$	**2p**
	$\begin{cases} m>0 \\ -m^2+m+2<0 \end{cases} \Rightarrow m\in(2,+\infty)$	**3p**
3.	$\log_2(3x-2)+\log_2(x+2)=4$ $\begin{cases} x+2>0 \\ 3x-2>0 \end{cases} \Rightarrow x\in\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$	**3p**
	$\log_2(3x-2)(x+2)=4 \Rightarrow 3x^2+4x-20=0$ $x_1=2$, care convine, $x_2=-\frac{10}{3}$, care nu convine	**2p**
4.	Numărul numereler prime din A:10 elemente	**2p**
	Numărul elementelor din A: 31 elemente	**2p**
	$p=\frac{10}{31}$	**1p**
5.	$d_1\cap d_2=\{B\}$ $\begin{cases} 2x-3y+5=0 \\ 3x+y-9=0 \end{cases} \Rightarrow B(2,3)$	**3p**
	$AB=\sqrt{5}$	**2p**
6.	Din teorema cosinusului $BC=14$	**3p**
	Perimetrul triunghiului ABC: 30	**2p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2)=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\det A(2)=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}=2+1+2-1-4-1=-1$	**3p**
b)	A este inversabilă $\Leftrightarrow$ $\det A\neq 0$.	**1p**
	$\det A(a)=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}=-a+1$	**2p**
	$-a+1\neq 0 \Rightarrow a\neq 1 \Rightarrow a\in\mathbb{R}-\{1\}$	**2p**

c)	$A(2)\cdot X = B \Rightarrow X = \left(A(2)\right)^{-1}\cdot B$	**2p**
	$\left(A(2)\right)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$	**2p**
	$X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	**1p**
2.a)	$x*y = 2xy-6(x+y)+21 = 2xy-6x-6y+18+3=$	**2p**
	$2x(y-3)-6(y-3)+3=(y-3)(2x-6)+3=2(x-3)(y-3)+3, \forall x,y\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$\exists e\in\mathbb{R}: x*e=e*x=x,\ \forall x\in\mathbb{R}$	**1p**
	$x*e=x$ $2(x-3)(e-3)+3=x \Leftrightarrow 2(x-3)(e-3)-(x-3)=0 \Leftrightarrow (x-3)(2e-7)=0$ $2e-7=0 \Leftrightarrow e=\frac{7}{2}$ sau $x-3=0\Leftrightarrow x=3$	**2p**
	$3*\frac{7}{2}=3$ $\frac{7}{2}*x=2\left(\frac{7}{2}-3\right)(x-3)+3=x-3=x$ Elementul neutru este $\frac{7}{2}$	**2p**
c)	$x*x=2(x-3)^2+3$	**1p**
	$x*x*x=4(x-3)^3+3$	**2p**
	$4(x-3)^3+3=-29 \Rightarrow (x-3)^3=-8, x\in\mathbb{R}\Rightarrow x=1$	**2p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)'=\frac{(2x)'\left(x^2+1\right)-\left(x^2+1\right)'(2x)}{\left(x^2+1\right)^2}=$	**2p**
	$=\frac{2\left(x^2+1\right)-(2x)(2x)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{2-2x^2}{\left(x^2+1\right)^2}=$	**2p**
	$=\frac{2(1-x)(1+x)}{\left(x^2+1\right)^2}, \forall x\in\mathbb{R}.$	**1p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul de coordonate $(a, f(a))$ este paralelă cu axa $Ox \Leftrightarrow f'(a)=0$	**3p**
	$\frac{2(1-a)(1+a)}{\left(a^2+1\right)^2}=0 \Leftrightarrow a\in\{-1,+1\}$	**2p**
c)	Pentru orice $x\in(-\infty,-1]$ $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $(-\infty,-1]$; pentru orice $x\in[-1,1]$ $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[-1,1]$; pentru orice $x\in[1,+\infty)$ $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $[1,+\infty)$	**2p**
	Cum f este continuă, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$, $f(1)=1$ și $f(-1)=-1$	**2p**
	Imaginea funcției f este $[-1,1]$	**1p**
2.a)	$\int f(x)e^{-x}dx=\int\left(x^2+1\right)dx=\int x^2dx+\int 1dx=$	**2p**

	$=\frac{x^3}{3}+x+C$	3p
b)	F primitiva lui f $\Rightarrow F'(x)=f(x)$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.	1p
	$F'(x)=\left[\left(ax^2+bx+c\right)e^x\right]'=\left(ax^2+bx+c\right)'e^x+\left(ax^2+bx+c\right)\left(e^x\right)'=$ $\left(2ax+b\right)e^x+\left(ax^2+bx+c\right)e^x=\left(ax^2+\left(2a+b\right)x+\left(b+c\right)\right)e^x$	2p
	$\left(ax^2+\left(2a+b\right)x+\left(b+c\right)\right)e^x=\left(x^2+1\right)e^x,\forall x\in\mathbb{R}$ $a=1,\ b=-2,\ c=3$	2p
c)	Fie F o primitivă a funcției f atunci $F_1:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F_1(x)=F(x)+C,\ C\in\mathbb{R}$ F_1 convexă, dacă $F_1''(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$	2p
	$F_1''(x)=f'(x)=\left[\left(x^2+1\right)e^x\right]'=(2x)e^x+\left(x^2+1\right)e^x=\left(x^2+2x+1\right)e^x$	2p
	$(x+1)^2\geq 0,\ e^x>0\ \Rightarrow F_1''(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow F_1$ este funcție convexă	1p