1.

2. Se consideră polinomul $f = 2X^3 - 4X^2 + 4X - 3$.

5p **a)** Arătați că $f(0) = -3$.

5p **b)** Demonstrați că numărul $a = \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} + \frac{3}{x_3}$ este natural, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile lui f.

5p **c)** Demonstrați că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

2.

2. Se consideră polinomul $f = mX^3 + 2X^2 - mX - 2$, unde m este număr real nenul.

5p **a)** Arătați că $f(1) = 0$, pentru orice număr real nenul m.

5p **b)** Pentru $m = 3$, determinați rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Determinați numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

3.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + mX + 2$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(2) = 2m - 6$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Demonstrați că, pentru orice număr real m, numărul $E = x_1^2 x_2 x_3 + x_1 x_2^2 x_3 + x_1 x_2 x_3^2$ este întreg, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Pentru $m = 3$, determinați rădăcinile polinomului f.

4.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 7X^2 + mX - 8$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(-1) + f(1) = -30$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 3X + 1$, știind că f se divide cu $X - 2$.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

5.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX - 6$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(1) = m - 5$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Pentru $m = -7$, determinați numerele reale p și q, pentru care $f = (X + 1)(X^2 + pX + q)$.

6.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 - 6X + 8$.

a) Arătați că $f(2) = -8$.

b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X - 1$.

c) Demonstrați că $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 + 1)^2 = 30$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

7.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX - 6$, unde m este număr real.

a) Arătați că $f(1) = m - 5$, pentru orice număr real m.

b) Determinați numărul real m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

c) Pentru $m = -7$, determinați numerele reale p și q, pentru care $f = (X + 1)\left(X^2 + pX + q\right)$.

8.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + X^2 + 4X + 4$.

a) Arătați că $f(-1) = 0$.

b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 3X + 2$.

c) Demonstrați că $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_2 x_3} + \frac{1}{x_3 x_1} = -\frac{3}{4}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

9.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 1$.

a) Arătați că $f(1) = -2$.

b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X + 1$.

c) Demonstrați că $(x_2 + x_3)(x_3 + x_1)(x_1 + x_2) = -3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

10.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 5X^2 - 4$.

a) Arătați că $f(1) = 2$.

b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X + 1$.

c) Demonstrați că $\frac{x_2 + x_3}{x_1} + \frac{x_3 + x_1}{x_2} + \frac{x_1 + x_2}{x_3} = -3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.