

**Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2023****Proba E.c)****Matematică M\_mate-info****Barem de evaluare și de notare****Varianta 2**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermedii pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I****(30 puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. <math>(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2 - 3x) = 2 - 3x - 3 = -1 - 3x</math>.</p> $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x - 3) = 2 - 3(x - 3) = 11 - 3x$ $-1 - 3x = a + 11 - 3x \Rightarrow a = -12 \in \mathbf{R}$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>5p</b>	<p>2. <math>\log_2(x+1)^2 = \log_2 2(x+5) \Rightarrow (x+1)^2 = 2(x+5) \Rightarrow x^2 - 9 = 0</math></p> $\Rightarrow x = 3 \text{ care convine; } x = -3 \text{ care nu convine}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	<p>3. <math>n^2 = mp</math>  <math>\Delta = n^2 - 4mp = -3n^2</math>  <math>-3n^2 &lt; 0, \forall n \in \mathbf{R}^* \Rightarrow \Delta &lt; 0 \Rightarrow</math> ecuația nu are rădăcini reale</p>	<b>1p</b> <b>2p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	<p>4. Sunt <math>C_5^3 = 10</math> submulțimi cu câte 3 elemente și numai una singură cu toate trei impare: <math>\{1, 3, 5\}</math>.  Deci, avem <math>10 - 1 = 9</math> submulțimi cu proprietatea cerută</p>	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	<p>5. <math>\overrightarrow{MN} = \vec{i} + 3\vec{j}; \overrightarrow{MP} = 2\vec{i} + (a-2)\vec{j}</math>  <math>\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = 3a - 4</math>  <math>3a - 4 = 5 \Rightarrow a = 3 \in \mathbf{R}</math></p>	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>5p</b>	<p>6. <math>\sin 50^\circ \cdot \sin 130^\circ = \sin 50^\circ \cdot \sin(180^\circ - 130^\circ) = \sin^2 50^\circ</math>  <math>\sin^2 50^\circ = \cos^2(90^\circ - 50^\circ) = \cos^2 40^\circ = \cos^2 140^\circ</math></p>	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea****(30 puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. a)</p> $A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ $\det(A(2)) = -3 + 6 + 4 - 6 - 6 + 2 = -3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5p</b>	<p>b)</p> $\det(A(m)) = \begin{vmatrix} 1 & m & 2 \\ 1 & 2m-1 & 3 \\ 1 & m & m-3 \end{vmatrix} \stackrel{L_3-L_1}{=} \begin{vmatrix} 1 & m & 2 \\ 1 & 2m-1 & 3 \\ 0 & 0 & m-5 \end{vmatrix} = (m-5)(2m-1-m)$ $\det(A(m)) = (m-5)(m-1)$ <p>Sistemul are soluție unică <math>\Leftrightarrow \det(A(m)) \neq 0 \Leftrightarrow m \in \mathbf{R} \setminus \{1, 5\}</math></p>	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	<p>c) Matricea sistemului pentru <math>m=1</math> este <math>A(1) = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 1 &amp; 3 \\ 1 &amp; 1 &amp; -2 \end{pmatrix}, \det(A(1)) = 0 \Rightarrow \text{rang } A(1) &lt; 3</math></p> $d_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{rang } A(1) = 2, d_{car} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$ <p>sistemul este compatibil nedeterminat.</p>	<b>1p</b>

	Necunoscutele $y$ și $z$ sunt necunoscute principale, $x$ este necunoscută secundară. $x = \alpha \in \mathbf{R} \Rightarrow y = 1 - \alpha$ , $z = 0$ (din primele două ecuații) $2x_0^2 + 3y_0^2 + 4z_0^2 = 2$ devine $5\alpha^2 - 6\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = 1$ , care convine; $\alpha = \frac{1}{5}$ , care nu convine $\Rightarrow (x_0, y_0, z_0) = (1, 0, 0)$	<b>2p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	<b>2. a)</b> $x * y = 3xy - 5x - 5y + \frac{25}{3} + \frac{5}{3} = 3\left(xy - \frac{5}{3}x - \frac{5}{3}y + \frac{25}{9}\right) + \frac{5}{3} =$ $= 3\left(x\left(y - \frac{5}{3}\right) - \frac{5}{3}\left(y - \frac{5}{3}\right)\right) + \frac{5}{3} = 3\left(x - \frac{5}{3}\right)\left(y - \frac{5}{3}\right) + \frac{5}{3}$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	<b>b)</b> $3\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} = 10 \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$ $x - \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$ sau $x - \frac{5}{3} = -\frac{5}{3}$ , deci $x = \frac{10}{3} \in \mathbf{R}$ sau $x = 0 \in \mathbf{R}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5p</b>	<b>c)</b> legea "*" este asociativă $9\left(3^n + \frac{5}{3} - \frac{5}{3}\right)\left(3^{n+1} + \frac{5}{3} - \frac{5}{3}\right)\left(3^{n+2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{3}\right) + \frac{5}{3} = 3^{50} + \frac{5}{3} \Leftrightarrow 3^{2+n+n+1+n+2} = 3^{50}$ $3n + 5 = 50 \Rightarrow n = 15 \in \mathbf{N}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>SUBIECTUL al III-lea</b>		<b>(30 puncte)</b>
<b>5p</b>	<b>1. a)</b> $f'(x) = \left(\frac{2x-2}{x}\right)' - (\ln x)' = \frac{(2x-2)'x - (2x-2)(x)'}{x^2} - \frac{1}{x}$ $f'(x) = \frac{2-x}{x^2} = -\frac{x-2}{x^2}, \forall x \in (0, \infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5p</b>	<b>b)</b> Tangenta $d$ la graficul funcției $f$ în punctul $(a, f(a))$ este paralelă cu dreapta $d_1$ de ecuație $x - y = 0 \Leftrightarrow m_d = m_{d_1}$ $f'(a) = 1 \Leftrightarrow \frac{2-a}{a^2} = 1 \Leftrightarrow a \in \{-2, 1\}$ $a = -2 \notin (0, +\infty)$ , nu convine $a = 1 \Rightarrow d : x - y - 1 = 0, d_1 \neq d$ , care convine	<b>1p</b> <b>2p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	<b>c)</b> $f'(x) > 0, \forall x \in (0, 2) \Rightarrow$ funcția $f$ este strict crescătoare pe $(0, 2)$ $0 < \frac{\pi}{4} < 1 < 2 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) < f(1)$ . Cum $f(1) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) < 0$ .	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5p</b>	<b>2.a)</b> $F$ derivabilă pe $(-2, \infty)$ (1) $F'(x) = \frac{3(x+2)^2}{3} \cdot (x+2)' \cdot \ln(x+2) + \frac{(x+2)^3}{3} \cdot \frac{1}{x+2} \cdot (x+2)' - \frac{3(x+2)^2}{9} \cdot (x+2)' + 0 =$ $= (x+2)^2 \cdot \ln(x+2) + \frac{(x+2)^2}{3} - \frac{(x+2)^2}{3} = (x+2)^2 \cdot \ln(x+2) = f(x), \forall x \in (-2, \infty)$ (2) Din (1) și (2) $\Rightarrow F$ este o primitivă a funcției $f$	<b>1p</b> <b>3p</b> <b>1p</b>
<b>5p</b>	<b>b)</b> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{F(x)}{(x+1)^2} \stackrel{(0)}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{F'(x)}{2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+2)^2 \cdot \ln(x+2)}{2(x+1)} \stackrel{(0)}{=}$ $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x+2) \cdot \ln(x+2) + x+2}{2} = \frac{1}{2}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	<b>c)</b> din a) $\Rightarrow G(x) = F(x) + k, k \in \mathbf{R}$ este o primitivă oarecare a lui $f$ $A(-1; 1)$ aparține graficului funcției $G \Leftrightarrow G(-1) = 1$ și $G(-1) = 0 + k = k \Rightarrow k = 1$ Deci, $G(x) = F(x) + 1, x \in (-2, \infty)$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>