

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)
Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{1}{8} + 3 \cdot \left(1 - \frac{3}{8}\right) = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x} = 5^{2+x}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să verifice inegalitatea $n + 9 \leq 15$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(4,-5)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul C este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\sqrt{2} \cdot (\sin 45^\circ + \cos 45^\circ) \cdot \sin 30^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p b) Arătați că $B + 3I_2 = 2A$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot (xA + B) = 2xI_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 3(x + y) + 1$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ 0 = -2$.
- 5p b) Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.
- 5p c) Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $x \circ (-2x) \geq 0$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x-4}{x-4}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = -\frac{8}{(x-4)^2}$, $x \in (4, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția $g: (4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f'(x)$ este crescătoare.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + (x+3)^2$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 (f(x) - (x+3)^2) dx = 2$.
- 5p b) Arătați că $\int_{-2}^0 \frac{1}{f(x)-x} dx = \frac{2}{3}$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^6 \frac{f(x)}{x+3} dx = 3(a - \ln 3)$.