1. Examen 2022 (iunie)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\left(e^x+2x^2\right)$.

a) Arătați că $\int_0^4 \frac{f(x)}{e^x+2x^2}dx=8$.

b) Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)-2x^3\right)dx=1$.

c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^2 \frac{1}{x}\cdot f\left(x^2\right)dx=\frac{e^4-e}{2}+a$.

2. Examen 2022 (sesiunea august)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(3-2x)e^x$.

a) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=2$.

b) Arătați că $\int_0^2 f(x)\,dx=e^2-5$.

c) Determinați $a\in(-\infty,1)$ pentru care $\int_a^1 \frac{e^{3x}}{f^3(x)}dx=\frac{2}{9}$.

3. Sesiune speciala mai 2022

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+4}{6x^2+1}$.

a) Arătați că $\int_0^2 f(x)\left(6x^2+1\right)dx=10$.

b) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x)-\frac{4}{6x^2+1}\right)dx=\frac{\ln 5}{6}$.

c) Determinați numărul real m pentru care $\int_0^1 \frac{x+4}{f(x)}\cdot e^{2x}dx=m\left(e^2-1\right)$.

4. MODEL 2022

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{2\ln x}{x^3}$ şi funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, o primitivă a lui f.

a) Arătați că $\int_1^e x^2\left(f(x)+\frac{2\ln x}{x^3}\right)dx=1$.

b) Arătați că $\int_1^{\sqrt{5}} x\cdot f\left(x^2+3\right)dx=-\frac{5\ln 2}{128}$.

c) Determinați numerele reale a pentru care $\int_e^{e^2} x\cdot F(x)\,dx=\frac{a^2-1}{2}$.

5. SIMULARE Braila 2022

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x(x+2)e^x$.

a) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=\frac{4}{3}$.

b) Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

c) Determinați numărul natural nenul n, știind că $\int_1^n \frac{(x+1)\cdot e^x}{f(x)}dx=\frac{3\ln 2}{2}$.

6. Simulare MARTIE 2022

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x+2x}{e^x}$.

a) Arătați că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx=e$.

b) Arătați că $\int_{-1}^0 f(x)\,dx=-1$.

c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 F(x)f''(x)dx=\frac{a(e+1)}{e^2}$, unde $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f cu proprietatea $F(0)=0$.

Test 7 (OLT)

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x-\frac{1}{x}$.

a) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=\frac{1}{2}$.

b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe $(0,+\infty)$.

c) Determinați numărul natural n pentru care $\int_1^n \left(f(x)+xf'(x)\right)dx=6n-10$.

Test8 (Constanta ver.2)

Se consideră funcțiile $f,g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=e^x+xe^x, g(x)=xe^x$.

a) Calculați $\int g(x)dx$.

b) Verificați dacă funcția g este o primitivă a funcției f.

c) Calculați $\int f(x)g(x)dx$.

Test 9 (Constanta ver.3)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to R$, $f(x)=x^2\cdot\ln x$.

a) Determinați mulțimea primitivelor funcției f pe intervalul $(0,\infty)$.

b) Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\frac{F(x)}{x-1}$, unde F este o primitivă pe intervalul $(0,\infty)$ pentru care $F(1)=0$.

c) Stabiliți intervalele de monotonie ale funcției F de la subpunctul b).

Test 10 (CĂLĂRAȘI)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-2x$.

a)Arătați că $\int_0^1\left(f(x)+2f(\sqrt{x})\right)dx=-\frac{7}{3}$.

b)Determinați numărul real a pentru care $\int_1^2\frac{2}{2+f(x)}dx=a\int_3^5\frac{1}{1+f(x)}dx$.

c) Se consideră $g:(2,\infty)\to\mathbb{R}, g(x)=\frac{x-1}{f(x)}$ și $G:(2,\infty)\to\mathbb{R}$ o primitivă a lui g cu proprietatea $G(4)=0$. Arătați că $\int_4^6 G(x)f'(x)dx=8\left(3\cdot G(6)-1\right)$.

Test 11 (Constanta ver.1)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to R$, $f(x)=x^2\cdot\ln x$.

a) Determinați mulțimea primitivelor funcției f pe intervalul $(0,\infty)$.

b) Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{F(x)}{x-1}$, unde F este o primitivă pe intervalul $(0,\infty)$ pentru care $F(1)=0$.

c) Stabiliți intervalele de monotonie ale funcției F de la subpunctul b).

Test 12 (Iași)

Se consideră funcția $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}$.

a) Calculați $\int\limits_1^2 f\left(e^x\right)dx$.

b) Determinați primitiva $F:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției f cu proprietatea că $F(1)=0$, folosind, eventual, faptul că funcția F este de forma $F(x)=(ax+b)\cdot\ln x-cx+d$, unde $a,b,c,d\in\mathbb{R}$.

c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $[1,+\infty)$.