

1. Examen 2022 (iunie)

Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x + \frac{2}{x+1}$.

a) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{2}{x+1} \right) dx = 12$.

b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 6x) dx = 2 \ln 2$.

c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^e \left(f(x) - \frac{2}{x+1} \right) \cdot \ln^2 x dx = \frac{a(e^2 - 1)}{2}$.

2. Examen 2022 (sesiunea august)

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.

a) Arătați că $\int_0^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = 0$.

b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 2 - e$.

c) Determinați numărul natural n , $n > 2$, pentru care $\int_2^n \frac{x}{f(x) \cdot f(-x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{8}$.

3. Sesiune speciala mai 2022

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3e^x$.

a) Arătați că $\int_2^3 (f(x) - 3e^x) dx = 5$.

b) Arătați că $\int_0^1 x(f(x) - 2x) dx = 3$.

c) Determinați numărul real a , știind că $\int_0^1 \frac{f'(x) - x}{2f(x) - x^2} dx = a \ln \left(e + \frac{1}{2} \right)$.

4. MODEL 2022

Se consideră funcția $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x}{x+4}$.

a) Arătați că $\int_1^2 (x+4)f(x) dx = 6$.

b) Arătați că $\int_1^4 \frac{1}{x} \cdot f(x^2) dx = 4 \ln 2$.

c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă.

5. SIMULARE Braila 2022

Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2x$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^x + x^2 + 2022$.

- a) Calculați $\int_1^2 (f(x) - e^x) dx$.
- b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
- c) Calculați $\int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx$.

6. Simulare MARTIE 2022

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{e^x}{2} + 1$.

- a) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{e^x}{2} \right) dx = 4$.
- b) Arătați că $\int_0^1 2x(f(x) - 1) dx = \frac{5}{3}$.
- c) Determinați numărul real a pentru care $\int_{-1}^0 (f(x) - x) \cdot f(x) dx = \frac{(3e+1)(3e+a)}{8e^2}$.

Test 7 (OLT)

Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x + e^x$

- a) Să se calculeze $\int (f(x) - \ln x) dx$
- b) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$
- c) Să se arate că $\int_1^e x \cdot f(x^2) dx = \frac{e^{e^2} + e^2 - e + 1}{2}$

Test8 (Constanta ver.2)

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x+1) - 3$.

- a) Arătați că $\int_0^2 (f(x) - x + 3) dx = \frac{8}{3}$.
- b) Calculați $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx$.
- c) Determinați numărul real pozitiv m , știind că $\int_1^3 f(x) dx = m^2 + \frac{8}{3}$.

Test 9 (Constanta ver.3)

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x^2 - x$.

- a) Arătați că $\int_1^3 (f(x) - 3x^2 + x) dx = 20$.
- b) Determinați primitive $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(2) = 15$.
- c) Calculați $\int_0^1 (f(x) - x^3 - 3x^2 + 2x)e^x dx$.

Test 10 (CĂLĂRAȘI)

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$.

- a) Arătați că $\int_0^1 (f(-x) - f(x)) dx = 2$.
- b) Se consideră $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a lui f cu proprietatea $F(0) = 1$. Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - 1}{x} = 0$.
- c) Determinați numerele reale a și b pentru care $\int f(x)e^x dx = (x^2 + ax + b)e^x + C$.

Test 11 (Constanta ver.1)

Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ și $g(x) = x^2 - x + 1$

- a) Arătați că $\int_0^3 (g(x) + x - 1) dx = 9$.
- b) Verificați că funcția g este o primitivă a funcției f .
- c) Calculați $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Test 12 (Iasi)

Se consideră funcțiile $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln x - 2$ și $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + x \ln x$.

- a) Demonstrați că funcția F este o primitivă a funcției f .
- b) Arătați că $\int_2^4 (f(x) - \ln x) dx = 2$.
- c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este funcție convexă pe $(0, \infty)$.