1. Examen 2022 (iunie)

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+1+\ln x$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{4x^2+1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Arătați că $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)-\ln x}{x^2+x+4}=2$.

c) Demonstrați că funcția f este bijectivă.

2. Examen 2022 (sesiunea august)

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+x+3-5\ln x$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{(x-1)(4x+5)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Arătați că $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)+5\ln x}{3-x-x^2}=-2$.

c) Demonstrați că $2x^2+x\geq 3+5\ln x$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

3. Sesiune speciala mai 2022

Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+1}{x-1}+\ln(x-1)$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

c) Demonstrați că $\frac{x^2+1}{x-1}+\ln(x-1)\geq 5$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$.

4. MODEL 2022

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to(0,+\infty)$, $f(x)=x\left(1-\frac{1}{x}\ln\left(x^2+1\right)\right)$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2+1}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați numărul natural nenul n, știind că tangenta la graficul funcției f în punctul $A(n,f(n))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=\frac{1}{5}x+1$.

c) Demonstrați că funcția f este bijectivă.

5. SIMULARE Braila 2022

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=e^x-\ln x+x$.

a) Arătați că $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=e$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

c) Demonstrați că funcția f este convexă .

6. Simulare MARTIE 2022

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{4\sqrt{x}}{x^2+3}$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{6(1-x^2)}{\sqrt{x}(x^2+3)^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați $a\in(0,+\infty)$, știind că tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ este paralelă cu axa Ox.

c) Demonstrați că $\dfrac{\sqrt{x}}{x^2+3}>\dfrac{\sqrt{x+\frac{1}{x}}}{x^2+\frac{1}{x^2}+5}$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$.

Test 7 (OLT)

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln x$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f paralelă cu axa Ox.

c) Arătați că $\sqrt{x}(2-\ln x)\le 2$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

Test8 (Constanta ver.2)

Fie $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=x\cdot\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2+x-1}{(x+1)\sqrt{x^2-1}}$, $x\in(1,+\infty)$.

b) Determinați asimptota spre $+\infty$ a graficului funcției f.

c) Determinați mulțimea valorilor funcției f.

Test 9 (Constanta ver.3)

Se consideră funcția $f : R \to R$, $f(x) = (x^2 - 5 \cdot x - 5) \cdot e^x$.

a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in R$.

b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

c) Să se arate că tangenta la graficul funcției f, dusă în punctul de coordonate $(-2; f(-2))$ este paralelă cu axa Ox.

Test 10 (CĂLĂRAȘI)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} - \{\pm 1\} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$.

a)Arătați că $f'(x) = -\frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$.

b)Determinați intervalele de monotonie ale funcției f.

c)Determinați ecuațiile tangentelor la graficul funcției paralele cu dreapta $x + y = 0$.

Test 11 (Constanta ver.1)

Se consideră funcția $f : R \to R$, $f(x) = (x^2 - 5 \cdot x - 5) \cdot e^x$.

a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in R$.

b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

c) Să se arate că tangenta la graficul funcției f, dusă în punctul de coordonate $(-2; f(-2))$ este paralelă cu axa Ox.

Test 12 (Iași)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{1 + x + x^2}$.

a) Arătați că $f'(x) = \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x+x^2)^2}$, oricare ar fi numărul real x.

b) Determinați coordonatele punctelor situate pe graficul funcției f cu proprietatea că tangentele în aceste puncte la graficul funcției f sunt drepte perpendiculare pe axa Oy.

c) Demonstrați că $f(\sqrt{2}) \geq f(\sqrt[3]{3})$.