1. **Examen august 2023**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+\dfrac{2}{e^x}-1$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{2(e^x-1)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

c) Determinați numerele reale m și n, știind că dreapta d de ecuație $y=mx+n$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f.

2. **Examen august 2023 (rezerva)**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{3x}{x^2+1}$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{3(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

c) Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

3. **Examen BACALAUREAT iunie 2023**

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+6x^2-15x+9$.

a) Arătați că $f'(x)=3(x^2+4x-5)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

c) Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{e^x f''(x)}=0$.

4. **Examen iunie 2023 (sesiune specială)**

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+4+\ln x$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{(2x-1)(x-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

c) Demonstrați că $f(x)\le\dfrac{11}{4}-\ln 2$, pentru orice $x\in(0,1]$.

5. MODEL 2023

Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x+2}$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.

b) Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{e^x}=0$.

c) Demonstrați că funcția f este convexă.

6. TEST (Braila)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x$.

a) Arătați că $f'(x)=1+\ln x$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.

b) Arătați că funcția f este crescătoare pe $\left[\dfrac{1}{e},\infty\right)$.

c) Demonstrați că $f(x)\geq-\dfrac{1}{e}$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.

7. SIMULARE martie 2023

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1+\dfrac{8}{x}$.

a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{2(x^2-4)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

c) Demonstrați că $f(1-x)\geq f(1+x)$, pentru orice $x\in(0,1)$.

Test8 (Giurgiu)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5-5x^4+5x^3$.

a) Arătați că $\boldsymbol{f'(x)=5x^2(x-3)(x-1), x\in\mathbb{R}}$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției $\boldsymbol{f}$ în punctul de abscisă $\boldsymbol{x=1}$,situat pe graficul funcției f

c) Demonstrați că -27$\leq\boldsymbol{f(x)}\leq 1$, pentru orice $\boldsymbol{x\epsilon}[0,3]$.

Test 9 (Cluj)

Fie funcția $f:(-1,\infty)\to R, f(x)=\frac{x^2+4x+4}{x+1}$

a) Arătați că $f'(x)=\frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$, $x\in(-1,\infty)$.

b) Aflați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

c) Demonstrați că $f(x)\geq 4, \forall x\in(-1,\infty)$.

Test 10 (Dolj)

Se consideră funcția $f: \boldsymbol{R}-\{1\}\to\boldsymbol{R}$, $f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{-1}{(x-1)^2}$.

b) Să se determine asimptotele la graficul funcției.

c)Folosind tabelul de variație al funcției să se determine imaginea lui f(x).

Test 11 (Timiș)

Se consideră funcția $f:R\setminus\{2\}\to R, f(x)=\frac{x^2}{2-x}$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{x(4-x)}{(2-x)^2}$, $x\in R\setminus\{2\}$.

b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ a graficului funcției f.

c) Demonstrați $f(x)+f(y)\leq -16$, pentru orice $x,y\in(2,+\infty)$.

Test 12 (Vrancea)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3x+1}{x-1}$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{-4}{(x-1)^2}, x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Determinați ecuația asimptotei verticale a graficului funcției f.

c) Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2 f'(x)}$.

Test 13 (Călărași)

Se consideră funcția $f:(-2,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x-2+\frac{5}{x+2}$.

a)Arătați că $f'(-1)=-4$.

b)Arătați că $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{f(2x)}=\frac{1}{2}$.

c)Determinați cel mai mic număr real a pentru care funcția este convexă pe intervalul (a,∞)

Test 14 (Iași)

Se consideră funcția $f:(3,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2+2x-3}{x-3}$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{x^2-6x-3}{(x-3)^2}$, $x\in(3,\infty)$.

b) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f.

c) Demonstrați că funcția f este convexă pe intervalul $(3,\infty)$.

Test 15 (Hunedoara)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{-2\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{x^2+3x+3}{x+2}$.

a) Calculați $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

b) Determinați punctele de extrem ale funcției.

c) Scrieți ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției.

Test 16 (Brăila)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-2\ln x$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1,1)$.

c) Demonstrați că $\ln\frac{2}{3}\le-\frac{5}{18}$.

Test 17 (Botoșani)

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, dată prin $f(x)=(1-x)e^x$.

a) Arătaţi că $f'(x)=-xe^x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

b) Determinaţi punctul de extrem al funcţiei f.

c) Arătaţi că pentru orice $k\in(0,1)$, ecuaţia $f(x)=k$ are exact două soluţii reale.

Test 18 (Ilfov 1)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 3x)e^x$.

a. Arătați că $f'(x) = (x^2 - x - 3)e^x$, $x \in \mathbb{R}$;

b. Calculați $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$;

c. Determinați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă 0, situat pe graficul funcției f.

Test 19 (Ilfov 2)

Se consideră funcția : $(2, \infty) \to R$, $f(x) = \frac{x^2+3x-1}{x-2}$.

a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-5)(x+1)}{(x-2)^2}$, $x \in (2, \infty)$.

b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

c) Demonstrați că $f(x) \geq 13$, pentru orice $x \in (2, \infty)$.

Test 20 (Maramureș)

Se consideră funcția $f: (-2, \infty) \to R$, $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$.

a) Arătați că $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$, $x \in (-2, \infty)$.

b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

c) Demonstați că $f(x) < 1$, pentru orice $x \in (-2, \infty)$.