1. Examen 2022 (iunie)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^5+5x^4-10x^3+1$.

a) Arătați că $f'(x)=10x^2\left(x^2+2x-3\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

c) Demonstrați că $2x^5+5x^4-10x^3+3\geq 0$, pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.

2. Examen 2022 (sesiunea august)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-9x^2+3$.

a) Arătați că $f'(x)=3x(x-6)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

c) Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f'(x)-f'(1)}{3f(x)-xf'(x)}=\dfrac{2}{3}$.

3. Sesiune speciala mai 2022

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x^4+2$.

a) Arătați că $f'(x)=6x^2(1-2x)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)+3x^4}{x^3+4}=2$.

c) Demonstrați că $-32\leq 2x^3-3x^4\leq\dfrac{1}{16}$, pentru orice $x\in[0,2]$.

4. MODEL 2022

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x-\dfrac{x^2}{2}$.

a) Arătați că $f'(x)=x\left(e^x-1\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x^2}=0$.

c) Arătați că $f(x)\leq f\left(x^2\right)$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.

5. SIMULARE Braila 2022

Se consideră funcția $f:(-2,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-2}{x+2}$.

a) Calculați $f'(x)$, $x\in(-2,\infty)$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

c) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

6. Simulare MARTIE 2022

Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+3}{x^2}+\ln x$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{x^2-x-6}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

Test 7 (OLT)

Fie funcția $f:R\setminus\{4\}\to R$, $f(x)=\frac{x+1}{x-4}$

a) Calculați $f'(x)$

b) Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

c) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$

Test8 (Constanta ver.2)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x^2+4$.

a) Arătați că $f'(x)=3x(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$.

b) Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{x^3-f(x)}$.

c) Demonstrați că $4\le f(x)\le 8$, pentru orice $x\in[-2,0]$.

Test 9 (Constanta ver.3)

Se consideră funcția $f:(-4,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3x+7}{x+4}$.

a) Arătați că $f'(x)=\frac{5}{(x+4)^2}$, $x\in(-4,\infty)$.

b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

c) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=5x+1$.

Test 10 (CĂLĂRAȘI)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+4\sqrt{x}+4+\ln x$.

a)Arătați că $f'(x)=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}{x}$.

b)Determinați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x=1$.

c)Arătați că $f\left(\frac{2022}{2021}\right)>9$.

Test 11 (Constanta ver.1)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$.

a) Calculați $\lim_{x\to 1} f(x)$.

b) Arătați că $f'(x) = \frac{(2-x)(2+x)}{(x^2+4)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

c) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f.

Test 12 (Iași)

Se consideră funcția $f:(-2,+\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x+2}$

a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$, $x \in (-2,\infty)$.

b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă 0 situat pe graficul funcției f.

c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 2022$ are o exact două soluții reale.