Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Dacă $z=\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$, calculați modulul numărului complex z^2.

5p **2.** Determinați $m\in\mathbf{R}$, dacă valoarea minimă a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=x^2-mx+1$ este -8.

5p **3.** Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $5^{x+1}+5^{-x}=6$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.

5p **5.** Determinați ecuația dreptei ce trece prin $A(1,-2)$ și este perpendiculară pe dreapta $d: x+2y-5=0$.

5p **6.** Dacă $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ și $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, calculați $tg\alpha$.

SUBIECTUL II **(30puncte)**

1. Considerăm sistemul de ecuații: $\begin{cases}x-2y+z=0\\ ax+y-2z=1\\ -x+3y+z=b\end{cases}$, $a,b\in\mathbf{R}$ și matricea sa, $A=\begin{pmatrix}1&-2&1\\ a&1&-2\\ -1&3&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det(A)=5a+4$;

5p **b)** Determinați numerele reale a,b pentru care tripletul $(1,0,-1)$ este soluție a sistemului;

5p **c)** Determinați numerele reale a,b astfel încât sistemul să fie compatibil nedeterminat.

2. Pe $\mathbf{R}$ se definește legea de compoziție asociativă: $x*y=xy-x-y+2$.

5p **a)** Calculați $\sqrt{2}*2$;

5p **b)** Determinați elementele simetrizabile ale lui $\mathbf{R}$ raport cu legea „$*$”;

5p **c)** Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\underbrace{x*x*x*\cdots*x}_{10\ ori\ x}=1025$.

SUBIECTUL III **(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbf{R},\ f(x)=\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x}{(x+1)^2},\forall x\in(-1,\infty)$;

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^2}$;

5p **c)** Demonstrați că $\ln(x+1)\ge\frac{x}{x+1},\forall x\in(-1,\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f_n:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f_n(x)=\frac{x^n}{x^2+4},\ n\in\mathrm{N}$.

5p **a)** Arătați că $F_1:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ F_1(x)=\frac{1}{2}\ln(x^2+4)$ este o primitivă a funcției f_1;

5p **b)** Determinați o primitivă a funcției f_2 a cărei reprezentare grafică trece prin punctul $A\left(2,-\frac{\pi}{2}\right)$;

5p **c)** Arătați că orice primitivă a funcției f_4 este bijectivă.