

## Examenul de bacalaureat național 2022

Proba E. c)

Matematică M\_șt-nat

Clasa a XII-a

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5 p 1. Calculați rația progresiei aritmetice,  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_3 + a_4 + a_5 = 9$  și  $a_5 + a_6 + a_7 = 15$ .
- 5 p 2. Determinați numărul real  $a$ , știind că punctul  $A(a^2 - 2a, 2)$  aparține graficului funcției  
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 3$ .
- 5 p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^x + 4^{x-1} = 8$ .
- 5 p 4. Determinați câte numere naturale de două cifre, având suma cifrelor număr impar, se pot forma cu elementele mulțimii  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- 5 p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 1)$  și  $B(0, 3)$ . Determinați ecuația dreptei care trece prin  $O(0, 0)$  și este perpendiculară pe dreapta  $AB$ .
- 5 p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului  $ABC$  în care  $AB = 12$ ,  $AC = 16$  și  $BC = 20$ .

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $M(x) = I_2 + xA$ , unde  $x$  este număr real.
- 5 p a) Arătați că  $\det(M(1)) = -2$ .
- 5 p b) Demonstrați că  $M(x) \cdot M(y) = M(x + y - 3xy)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5 p c) Demonstrați că nu există numerele întregi  $x$  și  $y$  astfel încât  $M(x) \cdot M(y) = M(2022)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 6x - 6y + 42$ .
- 5 p a) Calculați  $(1 * 2) * 3$ .
- 5 p b) Arătați că  $x * 7 = 7 * x = x$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5 p c) Determinați numerele naturale  $n$  astfel încât  $n * n = n$ .

## SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$ .
- 5 p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5 p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  paralelă cu axa  $Ox$ .
- 5 p c) Arătați că  $\sqrt{x}(2 - \ln x) \leq 2$  pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - \frac{1}{x}$ .
- 5 p a) Arătați că  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{1}{2}$ .
- 5 p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este convexă pe  $(0, +\infty)$ .
- 5 p c) Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $\int_1^n (f(x) + xf'(x)) dx = 6n - 10$ .