Simularea Examenului național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică M_mate-info

Barem de evaluare şi de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{z}=\frac{2}{1-i\sqrt{3}}=\frac{2\left(1+i\sqrt{3}\right)}{1+3}=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$z+\frac{1}{z}=1$	**2p**
2.	Valoarea extremă a funcţiei *f* este $y_V=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{16-4a(a+2)}{4a}=\frac{a^2+2a-4}{a}$	**1p**
	Funcţia *f* admite valoarea maximă -1 dacă $a<0$ şi $y_V=-1$, de unde $a=-4$	**2p**
	$x_V=-\frac{4}{2a}=\frac{1}{2}$, deci $4x_V-3=-1=y_V$, adică $V\in d$	**2p**
3.	Cu substituţia $3^x=t$, $t>0$, ecuaţia devine $\frac{1}{t-1}-\frac{9}{t}=\frac{1}{6}$, de unde $2t^2+t-21=0$	**3p**
	Convine doar $t=3$, pentru care se obţine soluţia $x=1$	**2p**
4.	Numărul de cazuri posibile este $C_6^3=20$	**2p**
	Suma a trei numere naturale este număr par dacă toate cele trei numere sunt pare sau dacă un număr este par şi celelalte două impare, deci numărul de cazuri favorabile este $C_3^3+C_3^1\cdot C_3^2=10$	**2p**
	Probabilitatea este $p=\frac{1}{2}$	**1p**
5.	Notând cu *d* dreapta cerută, din $d\perp AB$ rezultă că $m_d\cdot m_{AB}=-1$	**1p**
	$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=-\frac{1}{2}$, deci $m_d=2$	**2p**
	Ecuaţia dreptei *d* este $y-y_M=m_d(x-x_M)$, adică $y=2x-1$	**2p**
6.	$m(\measuredangle ABC)=135^\circ \Longrightarrow m(\measuredangle DAB)=180^\circ-135^\circ=45$	**1p**
	$S[ABCD]=AB\cdot AD\cdot\sin(\measuredangle BAD)=$	**2p**
	$=48\sqrt{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	Determinatul matricei sistemului este $\det A=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 2\\ m & 1 & 1\end{vmatrix}=3m-3$	**3p**
	Sistemul are soluţie unică dacă şi numai dacă $\det A\neq 0$, adică $m\in R\setminus\{1\}$	**2p**

b)	Pentru $m \neq 1$ sistemul este compatibil determinat Pentru $m=1$, rang$A=2$, iar un minor principal este $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -3 \neq 0$ Există un singur minor caracteristic şi anume $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$, deci sistemul este compatibil	**1p** **2p** **2p**
c)	Pentru $m=1$, sistemul admite soluţiile $x=2-\alpha,\ y=1,\ z=\alpha$, unde $\alpha \in R$ $x^2+y^2+z^2=2\alpha^2-4\alpha+5=2(\alpha-1)^2+3$, deci $\min M=3$, care se obţine pentru $x=y=z=1$	**2p** **3p**
2.a)	$e \in G$ este element neutru dacă $x \circ e = e \circ x = x$, pentru orice $x \in G$ $x \circ e = x \Leftrightarrow e(x+1)=0$, de unde $e=0$ Cum $0 \in G$ şi $0 \circ x = 0 \cdot x + 0 + x = x$, pentru orice $x \in G$, rezultă că $e=0$ este elementul neutru	**1p** **2p** **2p**
b)	$f(x \circ y) = x \circ y + 1 = xy + x + y + 1 =$ $=(x+1)(y+1)=f(x)\cdot f(y)$, pentru orice $x,y \in G$, deci *f* este morfism	**2p** **3p**
c)	$x_1 \circ x_2 = (x_1+1)(x_2+1)-1;\ x_1 \circ x_2 \circ \ldots \circ x_n = (x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_n+1)-1$, pentru orice $n \geq 2$ și orice $x_1, x_2, \ldots, x_n \in G$ $1 \circ \frac{1}{2} \circ \frac{1}{3} \circ \ldots \circ \frac{1}{2022} = \frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{2022}{2021}\cdot\frac{2023}{2022}-1=2023-1=2022$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=1-\frac{e^x}{e^x+1}=\frac{1}{e^x+1}$, pentru orice $x \in R$ $f'(0)=\frac{1}{2}$	**3p** **2p**
b)	$f''(x)=-\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$, pentru orice $x \in R$ $f''(x)<0$, pentru orice $x \in R$, deci f' este strict descrescătoare	**3p** **2p**
c)	*f* este continuă pe *R*, deci graficul funcției nu admite asimptote verticale $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right) = \ln 1 = 0$, deci $y=0$ este asimptotă (orizontală) la $+\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=1$ şi $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-x\right)=0$, deci $y=x$ este asimptotă (oblică) la $-\infty$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$F(1)=\int_0^1 f(t)dt=\int_0^1 tdt-\int_0^1 (t+1)'\cdot\ln(1+t)dt=$ $=\frac{1}{2}-(t+1)\ln(t+1)\Big\vert_0^1+\int_0^1 (t+1)\cdot\frac{1}{t+1}dt=\frac{1}{2}-2\ln 2+\int_0^1 dt=\frac{3}{2}-2\ln 2$	**3p** **2p**
b)	Folosind succesiv regula lui L'Hospital, cazul $\left[\frac{0}{0}\right]$, rezultă $\lim\limits_{x\to0}\frac{F(x)}{x^3}\overset{L'H}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{3x^2}=$ $=\lim\limits_{x\to0}\frac{x-\ln(x+1)}{3x^2}\overset{L'H}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\frac{1}{x+1}}{6x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{6x(x+1)}=\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{6(x+1)}=\frac{1}{6}$	**2p** **3p**

c)	$f'(x)=\dfrac{x}{1+x}$, $x\in(-1,\infty)$, $f'(0)=0$, $f'(x)<0$, pentru $x\in(-1,0)$, $f'(x)>0$ pentru $x\in(0,\infty)$	**3p**
	$x=0$ este punct de minim al funcției *f*, deci $f(x)\geq f(0)=0$, pentru orice $x\in(-1,\infty)$	**1p**
	$F'(x)=f(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(-1,\infty)$, deci *F* este crescătoare	**1p**