

## Examenului național de bacalaureat 2022

## Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{mate-info}}$ 

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex  $z = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$ . Calculați  $z + \frac{1}{z}$ .
- 5p 2. Valoarea maximă a funcției  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + 4x + a + 2$ , unde  $a \neq 0$ , este egală cu  $-1$ . Arătați că vârful parabolei asociate funcției  $f$  se află pe dreapta  $d$  de ecuație  $y = 4x - 3$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\frac{1}{3^x - 1} - 3^{x-2} = \frac{1}{6}$ .
- 5p 4. Fie mulțimea  $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu trei elemente ale mulțimii  $A$ , suma elementelor acestei submulțimi să fie număr par.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(4, -2)$ ,  $B(-2, 1)$  și  $M(2, 3)$ . Determinați ecuația perpendicularei duse prin punctul  $M$  pe dreapta  $AB$ .
- 5p 6. Calculați aria paralelogramului  $ABCD$  în care  $AB = 8$ ,  $AD = 12$  și  $m(\angle ABC) = 135^\circ$ .

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + 2z = 3 \\ mx + y + z = 3m \end{cases}$$
, unde  $m$  este un număr real.
- 5p a) Determinați valorile  $m \in \mathbf{R}$  pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p b) Arătați că, pentru orice valoare a numărului real  $m$ , sistemul este compatibil.
- 5p c) Notăm cu  $S$  mulțimea soluțiilor sistemului pentru  $m = 1$ . Determinați cea mai mică valoare a mulțimii  $M = \{x^2 + y^2 + z^2 \mid (x, y, z) \in S\}$ .
2. Se consideră mulțimea  $G = (-1, \infty)$  pe care se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy + x + y$ . Presupunem cunoscut că  $(G, \circ)$  este grup.
- 5p a) Determinați elementul neutru al grupului  $(G, \circ)$ .
- 5p b) Arătați că funcția  $f: (-1, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = x + 1$ , este un morfism între grupul  $(G, \circ)$  și grupul multiplicativ  $((0, \infty), \cdot)$  al numerelor reale pozitive.
- 5p c) Calculați  $1 \circ \frac{1}{2} \circ \frac{1}{3} \circ \dots \circ \frac{1}{2022}$ .

## SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$ .
- 5p a) Calculați  $f'(0)$ .
- 5p b) Arătați că funcția  $f'$  este strict descrescătoare pe  $\mathbf{R}$ .
- 5p c) Determinați asimptotele graficului funcției  $f$ .

2. Se consideră funcțiile  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \ln(1+x)$  și  $F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ .

5p a) Verificați egalitatea  $F(1) = \frac{3}{2} - 2 \ln 2$ .

5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^3}$ .

5p c) Arătați că  $F$  este funcție crescătoare.