

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$q = \frac{b_2}{b_1} = 2\sqrt{2}$, unde q este rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$	2p
	$b_4 = b_1 q^3 = \sqrt{2} \cdot (2\sqrt{2})^3 = 32$	3p
2.	Axa Ox este tangentă graficului funcției $f \Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 4 - 4m = 0$	3p
	$m = 1$	2p
3.	$3^{x-1}(3^3 - 3 - 6) = 6 \Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 18 = 6 \Leftrightarrow 3^{x-1} = \frac{1}{3}$	3p
	$x - 1 = -1$, deci $x = 0$	2p
4.	Mulțimea A are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	2p
	Numărul $2n - 60$ aparține mulțimii A dacă $10 \leq 2n - 60 \leq 99$, deci sunt 45 de cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$	3p
5.	$m_{AB} = -\frac{1}{3}$ și, cum $d \perp AB$, obținem $m_d = 3$	2p
	$C(2,3)$ și, cum $C \in d$, obținem că ecuația dreptei d este $y - 3 = 3(x - 2)$, adică $y = 3x - 3$	3p
6.	$AC = AB = 6$	2p
	$A_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ}{2} = \frac{6 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 9\sqrt{3}$	3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) =$	3p
	$= 0 + 1 = 1$	2p
b)	$B(3) \cdot B(5) = (3I_2 + iA)(5I_2 + iA) = 15I_2 + 8iA + i^2 A \cdot A = 16I_2 + 8iA =$	3p
	$= 8(2I_2 + iA) = 8B(2)$, deci $x = 2$	2p
c)	$B(m) + iB(n) = \begin{pmatrix} m + in & i - 1 \\ -i + 1 & m + in \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(m) + iB(n)) = (m + in)^2 - 2i$, unde $m, n \in \mathbb{Z}$	2p
	$B(m) + iB(n)$ nu este inversabilă, deci $\det(B(m) + iB(n)) = 0 \Rightarrow m^2 - n^2 + 2(mn - 1)i = 0$ și, cum m și n sunt numere întregi, obținem perechile $(-1, -1)$ și $(1, 1)$	3p
2.a)	$2 * 5 = 2 \cdot 5 - \sqrt{(2-1)(5-1)} =$	3p
	$= 10 - \sqrt{4} = 8$	2p

b)	$x * 1 = x \cdot 1 - \sqrt{(x-1)(1-1)} = x$, pentru orice $x \in M$	2p
	$1 * x = 1 \cdot x - \sqrt{(1-1)(x-1)} = x$, pentru orice $x \in M$, deci $e = 1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”	3p
c)	$((nx) * y) - x(n * y) = x\sqrt{(n-1)(y-1)} - \sqrt{(nx-1)(y-1)} = \sqrt{y-1} \cdot \frac{(x-1)(nx-x-1)}{x\sqrt{n-1} + \sqrt{nx-1}}$, pentru $x, y \in M$ și $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$	2p
	Cum $nx - x - 1 = x(n-1) - 1$ și $x \geq 1$, n este număr natural, $n \geq 2$, obținem $nx - x - 1 \geq 0$, deci $(nx) * y \geq x(n * y)$, pentru orice $x, y \in M$ și orice număr natural n , $n \geq 2$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{\frac{2}{\sqrt{x}} \cdot (x^2 + 3) - 4\sqrt{x} \cdot 2x}{(x^2 + 3)^2} =$	3p
	$= \frac{2x^2 + 6 - 8x^2}{\sqrt{x}(x^2 + 3)^2} = \frac{6(1 - x^2)}{\sqrt{x}(x^2 + 3)^2}$, $x \in (0, +\infty)$	2p
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ este paralelă cu axa $Ox \Leftrightarrow f'(a) = 0$, deci $1 - a^2 = 0$ Cum $a \in (0, +\infty)$, obținem $a = 1$	3p 2p
c)	$f'(x) < 0$, pentru orice $x \in (1, +\infty) \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(1, +\infty)$	2p
	$1 < x < x + \frac{1}{x} \Rightarrow f(x) > f\left(x + \frac{1}{x}\right)$, deci $\frac{\sqrt{x}}{x^2 + 3} > \frac{\sqrt{x + \frac{1}{x}}}{x^2 + \frac{1}{x^2} + 5}$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$	3p
2.a)	$\int_0^1 e^x f(x) dx = \int_0^1 (e^x + 2x) dx = (e^x + x^2) \Big _0^1 =$	3p
	$= e + 1 - 1 = e$	2p
b)	$\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 (1 + 2xe^{-x}) dx = (x - 2(x+1)e^{-x}) \Big _{-1}^0 =$	3p
	$= -2 - (-1) = -1$	2p
c)	$F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci $\int_0^1 F(x) f''(x) dx = F(x) f'(x) \Big _0^1 - \frac{f^2(x)}{2} \Big _0^1 =$	3p
	$= F(1) f'(1) - F(0) f'(0) - \frac{f^2(1) - f^2(0)}{2}$ $f'(x) = 2(1-x)e^{-x}$, deci $f'(1) = 0$ și, cum $F(0) = 0$, obținem $\int_0^1 F(x) f''(x) dx = \frac{-2(e+1)}{e^2}$, deci $a = -2$	2p