Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2022
Probă scrisă la matematică **Varianta 1**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_1+a_2+a_3=a_2+(a_1+a_3)=a_2+2a_2=3a_2$ $a_1+a_2+a_3=2022$	**3p** **2p**
2.	$G_f\cap Ox=\{A(2,0)\},\ G_f\cap Oy=\{B(0,-2)\}$ $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=2\sqrt{2}$	**2p** **3p**
3.	$\log_2 x-\log_{\frac{1}{2}}(x-2)=3\Rightarrow\log_2(x^2-2x)=3$ Obținem că $x^2-2x=8$, de unde $x=4$ și $x=-2$. Convine doar soluția $x=4$.	**2p** **2p** **1p**
4.	Sunt 6 cazuri posibile și 3 cazuri favorabile, deci probabilitatea evenimentului este $\frac{1}{2}$.	**2p** **2p** **1p**
5.	$m_{d_1}=-\frac{m}{2},\ m_{d_2}=1-m$ Se impune condiția $1-m\neq-\frac{m}{2}$. Dreptele sunt concurente pentru $m\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$.	**2p** **2p** **1p**
6.	$E\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{2\pi}{3}$ $E\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=2\cdot7-3\cdot5$ $\det A=-1$	**2p** **3p**

b)	$A^2=\begin{pmatrix}19 & 27\\45 & 64\end{pmatrix}$	**2p**
	Ecuația matriceală revine la $\begin{pmatrix}2m & 3m\\5m & 7m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18 & 27\\45 & 63\end{pmatrix}$,	**2p**
	deci $m=9$.	**1p**
c)	$\begin{vmatrix}2-x & 3\\5 & 7-x\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2-y & 3\\5 & 7-y\end{vmatrix}\Leftrightarrow x^2-9x=y^2-9y\Leftrightarrow$	**2p**
	$\Leftrightarrow(x-y)(x+y-9)=0$	**2p**
	Cum numerele *x* și *y* sunt distincte, rezultă că $x+y=9$.	**1p**
2.a)	$\left(-\frac{1}{3}\right)\perp 2022=-\frac{1}{3}+2022+3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot 2022=$	**2p**
	$=-\frac{1}{3}+2022-2022=-\frac{1}{3}$	**3p**
b)	Elementul neutru este $e=0$.	**2p**
	Din $x=x'$ și $x\perp x'=0$ rezultă că $2x+3x^2=0$,	**1p**
	prin urmare $x\in\left\{0,-\frac{2}{3}\right\}$.	**2p**
c)	Se obține $f(x\perp y\perp z)=27\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(y+\frac{1}{3}\right)\left(z+\frac{1}{3}\right)$ (sau o formă echivalentă).	**3p**
	Cum $f(x)\cdot f(y)\cdot f(z)=(3x+1)(3y+1)(3z+1)$, rezultă egalitatea cerută.	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{1+x+x^2-x\cdot(1+2x)}{\left(1+x+x^2\right)^2}=$	**3p**
	$=\frac{1-x^2}{\left(1+x+x^2\right)^2}=\frac{(1-x)(1+x)}{\left(1+x+x^2\right)^2}$	**2p**
b)	Tangenta la graficul funcției *f* în punctul de coordonate $(x_0,f(x_0))$ este perpendiculară pe axa *Oy* atunci când $f'(x_0)=0$.	**1p**
	$f'(x_0)=0\Rightarrow x_0\in\{-1,1\}$	**2p**
	Punctele căutate sunt $A(-1,-1)$ și $B\left(1,\frac{1}{3}\right)$.	**2p**
c)	Funcția *f* este descrescătoare pe intervalul $(1,+\infty)$.	**2p**
	Cum $1<\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}\left(\Leftrightarrow 1^6<\left(\sqrt{2}\right)^6<\left(\sqrt[3]{3}\right)^6\Leftrightarrow 1<8<9\right)$,	**2p**
	rezultă că $f\left(\sqrt{2}\right)>f\left(\sqrt[3]{3}\right)$.	**1p**

2.a)	$\int_1^2 f\left(e^x\right)dx=\int_1^2 x\,dx+\int_1^2 e^{-x}\,dx=$	**2p**
	$=\frac{x^2}{2}\Big\|_1^2-e^{-x}\Big\|_1^2=\frac{3e^2+2e-2}{2e^2}$	**3p**
b)	$F'(x)=a\ln x+\frac{x(a-c)+b}{x}, x\in[1,+\infty)$	**2p**
	Cum $F'(x)=f(x),\forall x\in[1,+\infty)$, prin identificarea coeficienților obținem $a=1, b=1, c=1$.	**1p**
	Din $F(1)=0$ deducem că $d=1$, deci primitiva căutată este $F:[0,\infty)\to\mathbb{R},F(x)=$ $=(x+1)\ln x-x+1$.	**2p**
c)	Dacă $G:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcției *f*, atunci $G'(x)=f(x),\forall x\in[1,+\infty)$.	**1p**
	Funcția *G* este convexă dacă și numai dacă $G''(x)\geq 0,\forall x\in[1,+\infty)$.	**2p**
	Cum $G''(x)=\frac{x-1}{x^2}\geq 0,\forall x\in[1,+\infty)$, funcția *G* este convexă.	**2p**