



Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2022

Probă scrisă la matematică

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Aflați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_2 = 674$.
- 5p 2. Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$ cu axele de coordonate Ox și Oy .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x - \log_{\frac{1}{2}}(x - 2) = 3$.
- 5p 4. Aflați probabilitatea ca un element n al mulțimii $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice inegalitatea $2^n > n^2$.
- 5p 5. Determinați valorile parametrului real m pentru care dreptele având ecuațiile $d_1: mx + 2y - 5 = 0$ și $d_2: (m - 1)x + y + 3 = 0$ sunt concurente.
- 5p 6. Dacă $E(x) = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{4x}{3}$, $x \in \mathbb{R}$, calculați $E\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că determinantul matricei A este egal cu -1 .
- 5p b) Aflați $m \in \mathbb{R}$ pentru care $A \cdot A - m \cdot A = I_2$.
- 5p c) Dacă x și y sunt numere reale distincte astfel încât $\det(A - x \cdot I_2) = \det(A - y \cdot I_2)$, demonstrați că $x + y = 9$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \perp y = x + y + 3xy$.
- 5p a) Arătați că $\left(-\frac{1}{3}\right) \perp 2022 = -\frac{1}{3}$.
- 5p b) Determinați numerele reale x care coincid cu simetricile lor în raport cu legea „ \perp ”.
- 5p c) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$. Demonstrați că $f(x \perp y \perp z) = f(x) \cdot f(y) \cdot f(z)$, oricare ar fi numerele reale x, y și z .

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{1+x+x^2}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x+x^2)^2}$, oricare ar fi numărul real x .

5p b) Determinați coordonatele punctelor situate pe graficul funcției f cu proprietatea că tangentele în aceste puncte la graficul funcției f sunt drepte perpendiculare pe axa Oy .

5p c) Demonstrați că $f(\sqrt{2}) \geq f(\sqrt[3]{3})$.

2. Se consideră funcția $f: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$.

5p a) Calculați $\int_1^2 f(e^x) dx$.

5p b) Determinați primitiva $F: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f cu proprietatea că $F(1) = 0$, folosind, eventual, faptul că funcția F este de forma $F(x) = (ax + b) \cdot \ln x - cx + d$, unde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $[1, +\infty)$.