Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2022

Probă scrisă la matematică **Varianta 1**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\lvert 7-8i\rvert=\sqrt{7^2+(-8)^2}=\sqrt{8^2+7^2}=\lvert 8+7i\rvert$	**3p**
	$\left\lvert\frac{7-8i}{8+7i}\right\rvert=\frac{\lvert 7-8i\rvert}{\lvert 8+7i\rvert}=1$	**2p**
2.	$-\frac{b}{2a}=2$	**3p**
	$m=4$	**2p**
3.	Cu notația $2^x=t$, $t>0$, ecuația devine $t^2+2t-24=0$.	**2p**
	Obținem $t_1=4$, care convine, și $t_2=-6$, care nu convine.	**2p**
	Singura soluție a ecuației inițiale este $x=2$.	**1p**
4.	Există 90 de numere naturale de două cifre.	**1p**
	Dintre acestea, nouă au produsul cifrelor 0 și câte două au produsul cifrelor 10, 20, 30, 40.	**2p**
	Evenimentul are probabilitatea $\frac{17}{90}$.	**2p**
5.	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-25$, deoarece	**2p**
	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BA}=AB\cdot AB\cdot\cos180^\circ=-25$, iar	**2p**
	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\cdot AC\cdot\cos90^\circ=0$.	**1p**
6.	Obținem că $\sin x=0$ sau $\cos x=-\frac{1}{2}$, deci	**2p**
	$x\in\left\{\frac{2\pi}{3},\pi,\frac{4\pi}{3}\right\}$.	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A(x)=(1+x)\cdot1\cdot(1-2x)+0+0-(-x)\cdot1\cdot2x-0-0=$	**3p**
	$=1-x-2x^2+2x^2=1-x$	**2p**

b)	$A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}(1+x)(1+y)-2xy & 0 & -y(1+x)-x(1-2y)\\ 0 & 1 & 0\\ 2x(1+y)+2y(1-2x) & 0 & -2xy+(1-2x)(1-2y)\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1+x+y-xy & 0 & -x-y+xy\\ 0 & 1 & 0\\ 2x+2y-2xy & 0 & 1-2x-2y+2xy\end{pmatrix}=A(x+y-xy)$	**2p**
c)	$A(x)$ coincide cu inversa sa dacă și numai dacă $A(x)\cdot A(x)=I_3=A(0)$.	**2p**
	Folosind b) obținem că $2x-x^2=0$,	**2p**
	așadar $x\in\{0,2\}$.	**1p**
2.a)	$(-6)\circ(-5)=-2$	**3p**
	$(-2)\circ(-4)=16$	**2p**
b)	$x\circ x=(x+8)^2-8$	**2p**
	$x\circ x=-8\Leftrightarrow(x+8)^2=0\Leftrightarrow x=-8$	**3p**
	Notă. Pentru demonstrarea implicației $x=-8\Rightarrow x\circ x=-8$ se acordă **2p**, iar pentru demonstrarea implicației $x\circ x=-8\Rightarrow x=-8$ se acordă **3p**.	
c)	Fie $n\circ n=k^2$, $n\in\mathbb{Z},k\in\mathbb{N}$; atunci $(n+8)^2-8=k^2$, prin urmare $(n+8+k)(n+8-k)=8$.	**2p**
	Cele două paranteze sunt numere întregi cu aceeași paritate, primul fiind mai mare. Atunci $(n+8+k,n+8-k)\in\{(4,2),(-2,-4)\}$, deci $n\in\{-5,-11\}$ (în ambele situații, $k=1$).	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=0-\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}-\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)=$	**3p**
	$=-\dfrac{1-\ln x-1}{x^2}=\dfrac{\ln x}{x^2},x\in(0,\infty)$	**2p**
b)	Tangenta la graficul funcției *f* în punctul de abscisă x_0, situat pe grafic, este o dreaptă orizontală atunci când $f'(x_0)=0$.	**2p**
	Obținem că $x_0=1$, deci $A(1,0)$ este unicul punct cu proprietatea dorită.	**3p**
c)	Folosind semnul derivatei, funcția *f* este descrescătoare pe $(0,1]$ și crescătoare pe $[1,\infty)$.	**2p**
	Atunci $f(x)\geq f(1)=0,\forall x\in(0,\infty)$.	**1p**
	Rezultă că $f(\sqrt{x})\geq 0$, adică $1-\dfrac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\geq 0$, de unde $\dfrac{\ln x}{2\sqrt{x}}\leq 1-\dfrac{1}{\sqrt{x}},\forall x\in(0,\infty)$.	**2p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}f^2(x)dx=\int_{-1}^{1}(3x^2+1)dx=(x^3+x)\Big\vert_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=(1-(-1))+(1-(-1))=4$	**2p**

b)	$F'(x)=a\sqrt{3x^2+1}+\dfrac{3ax^2+b\sqrt{3}}{\sqrt{3x^2+1}},\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
	Cum $F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}$, prin identificarea coeficienților obținem $a=\dfrac{1}{2},b=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$.	**1p**
	Din $F(0)=0$ deducem că $c=0$, deci primitiva căutată este $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R},F(x)=$ $=\dfrac{x}{2}\sqrt{3x^2+1}+\dfrac{1}{2\sqrt{3}}\ln\left(x\sqrt{3}+\sqrt{3x^2+1}\right)$.	**2p**
c)	$\sqrt{3x^2+1}\geq 1,\ \forall x\in[-1,1]\Rightarrow\int_{-1}^{1}f(x)dx\geq\int_{-1}^{1}1dx=2$	**2p**
	$\sqrt{3x^2+1}\leq\vert x\vert+1,\ \forall x\in[-1,1]\Rightarrow\int_{-1}^{1}f(x)dx\leq\int_{-1}^{1}(\vert x\vert+1)dx=3$	**3p**