Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2022

Probă scrisă la matematică **Varianta 1**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați modulul numărului complex $z=\dfrac{7-8i}{8+7i}$.

5p **2.** Determinați numărul real *m*, știind că dreapta de ecuație $x=2$ este axă de simetrie pentru graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-mx+4$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x+2^{x+1}=24$.

5p **4.** Alegem, la întâmplare, un număr natural de două cifre. Determinaţi probabilitatea ca produsul cifrelor acestuia să fie un număr divizibil cu 10.

5p **5.** Triunghiul *ABC* este dreptunghic în *A* și are cateta *AB* de lungime 5. Calculați produsul scalar $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$.

5p **6.** Determinați numerele reale $x\in\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)$ pentru care $\sin 2x+\sin x=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru fiecare număr real *x* se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1+x & 0 & -x\\ 0 & 1 & 0\\ 2x & 0 & 1-2x\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că determinantul matricei $A(x)$ este egal cu $1-x$, oricare ar fi numărul real *x*.

5p **b)** Demonstrați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y-xy)$, oricare ar fi numerele reale *x* și *y*.

5p **c)** Determinați numerele reale $x\neq 1$ pentru care matricea $A(x)$ coincide cu inversa sa.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=xy+8x+8y+56$.

5p **a)** Calculați $(-6)\circ(-5)\circ(-4)$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ x=-8$ dacă și numai dacă $x=-8$.

5p **c)** Determinați numerele întregi *n* cu proprietatea că $n\circ n$ este pătratul unui număr natural.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=1-\frac{\ln x}{x}-\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Arătați că există un singur punct A situat pe graficul funcției f cu proprietatea că tangenta în A la graficul funcției f este o dreaptă orizontală și determinați coordonatele acestui punct.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\le 1-\frac{1}{\sqrt{x}}$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{3x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1} f^2(x)\,dx=4$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcției f cu proprietatea că $F(0)=0$, ținând cont eventual de faptul că funcția F este de forma $F(x)=ax\sqrt{3x^2+1}+b\ln\left(x\sqrt{3}+\sqrt{3x^2+1}\right)+c,\ x\in\mathbb{R}$, unde a, b și c sunt numere reale.

5p **c)** Demonstrați că $2\le\int_{-1}^{1} f(x)\,dx\le 3$.