

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

Proba E.c)

Matematică *M_șt-nat*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1. $r = a_2 - a_1 = 12 - 6 = 6$ $S_{10} = \frac{10 \cdot (2 \cdot a_1 + 9 \cdot r)}{2} = 5 \cdot (2 \cdot 6 + 9 \cdot 6) = 330.$	2p 3p
5p	2. $f(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 - \sqrt{5} - 5 = -\sqrt{5}.$ $(f \circ f)(\sqrt{5}) = f(f(\sqrt{5})) = f(-\sqrt{5}) = (-\sqrt{5})^2 - (-\sqrt{5}) - 5 = 5 + \sqrt{5} - 5 = \sqrt{5}$	2p 3p
5p	3. $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{4+x-x^2} = 3^1 \Rightarrow 3^{\frac{4+x-x^2}{2}} = 3^1 \Rightarrow \frac{4+x-x^2}{2} = 1$ $\Rightarrow 4+x-x^2 = 2 \Rightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x \in \{-1; 2\}$	3p 2p
5p	4. $C_n^3 = 56, n \geq 3$ $n(n-1)(n-2) = 336 \Rightarrow n = 8$	3p 2p
5p	5. $\frac{m}{2} = \frac{m+1}{m+3}$ $m^2 + m - 2 = 0, m > 0, \text{ deci } m = 1$	3p 2p
5p	6. $\cos a = 2 \cos^2 \frac{a}{2} - 1$ $\cos a = -\frac{4}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1.a) $\det A(m) = m + m + m - m^3 - 1 - 1 = -m^3 + 3m - 2 = -(m-1)^2 \cdot (m+2)$	5p
5p	b) Sistemul are soluție unică $\Leftrightarrow \det A(m) \neq 0$ $-(m-1)^2 \cdot (m+2) \neq 0 \Rightarrow m \neq 1 \text{ și } m \neq -2.$	2p 3p
5p	c) $m = 0 \Rightarrow \det A(0) = -2 \neq 0 \Rightarrow$ sistemul are soluție unică $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1; \Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1; \Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$	1p 3p

	$x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{2}; z = \frac{1}{2}.$	1p
5p	2. a) $x * y = xy - 5x - 5y + 30 = xy - 5x - 5y + 25 + 5 =$ $= x \cdot (y - 5) - 5 \cdot (y - 5) + 5 = (x - 5) \cdot (y - 5) + 5, \forall x, y \in R$	2p 3p
5p	b) $(x * y) * z = x * (y * z), \forall x, y, z \in R$ $(x * y) * z = ((x - 5)(y - 5) + 5) * z =$ $= ((x - 5)(y - 5) + 5 - 5)(z - 5) + 5 = (x - 5)(y - 5)(z - 5) + 5, \forall x, y, z \in R$ $x * (y * z) = x * ((y - 5)(z - 5) + 5) =$ $= (x - 5)((y - 5)(z - 5) + 5 - 5) + 5 = (x - 5)(y - 5)(z - 5) + 5, \forall x, y, z \in R$	1p 2p 2p
5p	c) $x * 5 = 5 * x = 5, \forall x \in R$ și cum legea "*" este asociativă, atunci: $1 * 2 * 3 * \dots * 2001 = \underbrace{(1 * \dots * 4)}_a * 5 * \underbrace{(6 * \dots * 2021)}_b = a * 5 * b = (a * 5) * b = 5 * b = 5$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

5p	1. a) $f'(x) = (x^2 - 5x - 5)' \cdot e^x + (x^2 - 5x - 5) \cdot (e^x)' = (2x - 5) \cdot e^x + (x^2 - 5x - 5) \cdot e^x =$ $= e^x \cdot (x^2 - 3x - 10)$	3p 2p
5p	b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 5x - 5) \cdot e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 5x - 5 \left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{e^{-x}} \stackrel{!H}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 5 \left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{-e^{-x}} \stackrel{!H}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{e^{-x}} = 0 \in R$ $\Rightarrow y = 0$ asimptotă orizontală spre $-\infty$	3p 2p
5p	c) Cerința este echivalentă cu a arăta că panta tangentei la grafic în punctul $x_0 = -2$ este 0, adică $f'(-2) = 0$. Din a) $\Rightarrow f'(x) = e^x \cdot (x^2 - 3x - 10) \Rightarrow f'(-2) = e^{-2} \cdot (4 - 3 \cdot (-2) - 10) = 0$	3p 2p
5p	2. a) $\int x^2 \cdot \ln x dx = \int \left(\frac{x^3}{3}\right)' \cdot \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx =$ $= \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{1}{3} \cdot \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{x^3}{9} + C$	3p 2p
5p	b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1} = F'(1) =$ $= f(1) = 1^2 \cdot \ln 1 = 0$	3p 2p
5p	c) $F'(x) = f(x), \forall x \in (0, \infty)$ $F'(x) = 0 \Rightarrow x^2 \cdot \ln x = 0 \Rightarrow x = 1 \in (0, \infty)$ $F'(x) < 0, \forall x \in (0, 1) \Rightarrow F$ este strict descrescătoare pe $(0, 1)$ și $F'(x) > 0, \forall x \in (1, \infty) \Rightarrow F$ este strict crescătoare pe $(1, \infty)$; $x_0 = 1$ punct de minim.	2p 3p