

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

Proba E.c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timp de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor 10 termeni ai progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$  știind că  $a_1 = 6$  și  $a_2 = 12$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 - x - 5$ . Arătați că  $(f \circ f)(\sqrt{5}) = \sqrt{5}$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $(\sqrt{3})^{4+x-x^2} = \sqrt[3]{27}$ .
- 5p 4. Aflați  $n \in N^*$  pentru care mulțimea  $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  are 56 de submulțimi cu exact trei elemente.
- 5p 5. Fie vectorii  $\vec{u} = m \cdot \vec{i} + (m+1) \cdot \vec{j}$  și  $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} + (m+3) \cdot \vec{j}$ . Să se determine  $m > 0$  astfel încât vectorii  $\vec{u}$  și  $\vec{v}$  să fie coliniari.
- 5p 6. Știind că  $\frac{a}{2} \in (0, \frac{\pi}{2})$  și  $\cos \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ , calculați  $\cos a$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Pentru fiecare  $m \in R$ , se consideră matricea  $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații
- $$\begin{cases} x + y + m \cdot z = 1 \\ x + m \cdot y + z = 1 \\ m \cdot x + y + z = 1 \end{cases}$$
- 5p a) Să se arate că  $\det A(m) = -(m-1)^2 \cdot (m+2)$ ,  $m \in R$ .
- 5p b) Să se determine  $m \in R$  pentru care sistemul dat are soluție unică.
- 5p c) Pentru  $m = 0$ , rezolvați sistemul.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție  $x * y = x \cdot y - 5 \cdot (x + y) + 30$
- 5p a) Să se arate că  $x * y = (x - 5) \cdot (y - 5) + 5$ ,  $\forall x, y \in R$
- 5p b) Să se arate că legea "\*" este asociativă pe R.
- 5p c) Să se calculeze  $1 * 2 * 3 * \dots * 2021$

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (x^2 - 5 \cdot x - 5) \cdot e^x$ .
- 5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in R$ .
- 5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Să se arate că tangenta la graficul funcției  $f$ , dusă în punctul de coordonate  $(-2; f(-2))$  este paralelă cu axa  $Ox$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 \cdot \ln x$ .
- 5p a) Determinați mulțimea primitivelor funcției  $f$  pe intervalul  $(0, \infty)$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{x-1}$ , unde  $F$  este o primitivă pe intervalul  $(0, \infty)$  pentru care  $F(1) = 0$ .
- 5p c) Stabiliți intervalele de monotonie ale funcției  $F$  de la subpunctul b).