

**Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022****Proba E.c)****Matematică M\_mate-info****Varianta 1**

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timp de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I****(30 puncte)**

- 5p** 1. Arătați că numărul  $a = (1 + \sqrt{2}) \cdot \{2022 + \sqrt{2}\}$  este număr natural, unde  $\{x\}$  reprezintă partea fracționară a numărului real  $x$ .
- 5p** 2. Determinați mulțimea valorilor întregi ale numărului real  $m$ , pentru care reprezentarea graficului funcției  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 + mx + 1$  nu intersectează axa  $Ox$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\frac{\lg x}{\lg(x+2)} = \frac{1}{2}$ .
- 5p** 4. Determinați  $n \in \mathbf{N}^*$  știind că numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente ale unei mulțimi cu  $n$  elemente este 511.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(1,2)$  și dreapta  $d: 2x - 3y + 1 = 0$ . Determinați ecuația dreptei care trece prin  $A$  și este perpendiculară pe  $d$ .
- 5p** 6. Determinați măsura unghiului  $A$  al unui triunghi  $ABC$ , știind că  $\sin A + \cos A = 0$ .

**SUBIECTUL al II-lea****(30 puncte)**

- 5p** 1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ a & i & a \\ -1 & a & -1 \end{pmatrix}$ , unde  $i^2 = -1$  și  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A(0) = i$ .
- 5p** b) Demonstrați că, pentru orice număr real  $a$ , matricea  $A(a)$  este inversabilă.
- 5p** c) Calculați  $\underbrace{A(0) \cdot A(0) \cdot A(0) \cdots A(0)}_{\text{de 2022 ori}}$ .
- 2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compozitie asociativă și cu element neutru  $x \circ y = xy - 6x - 6y + 42$ .
- 5p** a) Arătați că  $x \circ y = (x - 6)(y - 6) + 6$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Determinați perechile de numere întregi  $(x, x')$ , unde  $x'$  este simetricul lui  $x$  în raport cu legea „ $\circ$ “.
- 5p** c) Calculați  $\frac{2022}{1} \circ \frac{2022}{2} \circ \frac{2022}{3} \cdots \circ \frac{2022}{2022}$ .

	1. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , $f(x) = x \cdot \arctgx - \ln(x^2 + 1)$ .
5p	a) Arătați că $f'(x) = \arctgx - \frac{x}{x^2 + 1}$ , $x \in \mathbf{R}$ .
5p	b) Demonstrați că funcția $f$ este convexă pe $\mathbf{R}$ .
5p	c) Fie funcția $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , $g(x) = f'(x)$ . Determinați imaginea funcției $g$ .
	2. Se consideră funcția $f: (-\infty, 0) \rightarrow \mathbf{R}$ , $f(x) = x\sqrt{1-x}$ .
5p	a) Calculați $\int \frac{f^2(x)}{x} dx$ , $x \in (-\infty, 0)$ .
5p	b) Determinați numerele reale $a, b, c$ astfel încât funcția $F: (-\infty, 0) \rightarrow \mathbf{R}$ , $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{1-x}$ să fie o primitivă a funcției $f$ .
5p	c) Fie $G: (-\infty, 0) \rightarrow \mathbf{R}$ o primitivă a funcției $f$ . Calculați $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{G(x)}{\sqrt{(-x)^5}}$ .