

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E.c)

Matematică *M_șt-nat*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1. $r = a_2 - a_1 = 12 - 6 = 6$	2p
	$S_{10} = \frac{10 \cdot (2 \cdot a_1 + 9 \cdot r)}{2} = 5 \cdot (2 \cdot 6 + 9 \cdot 6) = 330.$	3p
5p	2. $x_v = 1$	2p
	$a = 1 > 0$, f admite minim $f(x_v) = 3 \Rightarrow f(1) = 3$, $m = 4$	3p
5p	3. $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{4+x-x^2} = 3^1 \Rightarrow 3^{\frac{4+x-x^2}{2}} = 3^1 \Rightarrow \frac{4+x-x^2}{2} = 1$	3p
	$\Rightarrow 4+x-x^2 = 2 \Rightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x \in \{-1; 2\}$	2p
5p	4. Numerele au forma $\overline{3bc}$, $\overline{a3c}$, $\overline{ab3}$, cu $a \neq b \neq c \neq a$ și $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$	2p
	Sunt câte A_4^2 numere din fiecare categorie, deci vor fi $3A_4^2 = 36$ numere, în total	3p
5p	5. $\frac{m}{2} = \frac{m+1}{m+3}$	3p
	$m^2 + m - 2 = 0$, $m > 0$, deci $m = 1$	2p
5p	6. Avem: $\cos(\pi - x) = -\cos x, \forall x \in R$	3p
	$\Rightarrow \cos 130^\circ + \cos 50^\circ = 0.$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1.a) $A(1) = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$	2p
	$\det A(1) = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1) - 6 \cdot (-1) = 2$	3p
5p	b) $A(x) \cdot A(-x) = \begin{pmatrix} 1-3x^2 & -6x^2 \\ x^2 & 1+2x^2 \end{pmatrix}$	2p
	$\det(A(x) \cdot A(-x)) = 1 - x^2$	2p
	$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-1, 1]$	1p
5p	c) $A(m) \cdot A(n) = A(mn + m + n)$	2p
	$A(mn + m + n) = A(2) \Rightarrow mn + m + n = 2$, de unde $(m+1)(n+1) = 3$	2p
	Cum $m, n \in \mathbb{N}$, se obține $(m, n) \in \{(2, 0), (0, 2)\}$	1p
5p	2. a) $0 \circ (-2) = 0 \cdot (-2) + 2 \cdot 0 + 2 \cdot (-2) + 2 = -4 + 2 = -2$	5p
5p	b) $x \circ y = x(y+2) + 2(y+2) - 2 = (x+2)(y+2) - 2$	5p
5p	c) Din b) $\Rightarrow x \circ x = (x+2)^2 - 2$;	1p
	$x \circ x \circ x = [(x+2)^2 - 2 + 2](x+2) - 2 = (x+2)^3 - 2.$	2p
	Deci, $(x+2)^3 - 2 = 6 \Rightarrow (x+2)^3 = 8 \Rightarrow x+2 = 2 \Rightarrow x = 0.$	2p

5p	<p>1. a) $f'(x) = (x^2 - 5x - 5) \cdot e^x + (x^2 - 5x - 5) \cdot (e^x)' = (2x - 5) \cdot e^x + (x^2 - 5x - 5) \cdot e^x = e^x \cdot (x^2 - 3x - 10)$</p>	3p 2p
5p	<p>b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 5x - 5) \cdot e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 5x - 5}{e^{-x}} \stackrel{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 5}{-e^{-x}} \stackrel{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{e^{-x}} = 0 \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow y = 0$ asimptotă orizontală spre $-\infty$</p>	3p 2p
5p	<p>c) Cerința este echivalentă cu a arăta că panta tangentei la grafic în punctul $x_0 = -2$ este 0, adică $f'(-2) = 0$. Din a) $\Rightarrow f'(x) = e^x \cdot (x^2 - 3x - 10) \Rightarrow f'(-2) = e^{-2} \cdot (4 - 3 \cdot (-2) - 10) = 0$</p>	3p 2p
5p	<p>2. a) $\int x^2 \cdot \ln x dx = \int \left(\frac{x^3}{3}\right)' \cdot \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx =$ $= \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{1}{3} \cdot \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{x^3}{9} + C$</p>	3p 2p
5p	<p>b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1} = F'(1) =$ $= f(1) = 1^2 \cdot \ln 1 = 0$</p>	3p 2p
5p	<p>c) $F'(x) = f(x), \forall x \in (0, \infty)$ $F'(x) = 0 \Rightarrow x^2 \cdot \ln x = 0 \Rightarrow x = 1 \in (0, \infty)$ $F'(x) < 0, \forall x \in (0, 1) \Rightarrow F$ este strict descrescătoare pe $(0, 1)$ și $F'(x) > 0, \forall x \in (1, \infty) \Rightarrow F$ este strict crescătoare pe $(1, \infty)$; $x_0 = 1$ punct de minim.</p>	2p 3p

Coordonator grup de lucru – M_șt-nat:

- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – Varianta 3 – M_șt-nat:

- Petrea Cristina, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța

- Teodorov Corina-Loredana, Școala Gimnazială nr. 24 *Ion Jalea* Constanța

Bibliografie:

1. Zanoschi A., Iurea Ghe., Bacalaureat 2021: matematica - M_mate-info, Editura Paralela 45, Pitesti 2020
2. Andronache M., Serbanescu D., Matematica pentru examenul de bacalaureat, M1, Editura Art, Clubul matematicienilor, 2015

Coordonator grup de lucru – M_mate-info:

- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – Varianta 3 – M_mate-info:

- Dermengiu Alina, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța

- Gache Florian, Colegiul Național *Mircea cel Bătrân* Constanța

Bibliografie – Matematică – M_mate-info

1. M. Andronache, D. Șerbănescu, M. Perianu, C. Ciupală, F. Dumitrel – *Matematică pentru examenul de bacalaureat – matematică-informatică*, Ed. Art Educațional, București, 2017.

2. M. Ganga – *Elemente de analiză matematică pentru clasa a XII-a*, Ed. Mathpress, Ploiești, 2000.

3. T. Coșal, Gh. Iurea - *Probleme de matematică pentru clasa a XI-a* , Ed. Paralela 45, 2012

4. A. Zanoschi, Gh. Iurea, G. Popa, P. Răducanu, I. Șerdean - *Bacalaureat 2016– matematică, M_mate-info*, Ed. Paralela 45, 2015