

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022**Proba E.c)****Matematică M_mate-info****Varianta 3**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I**(30 puncte)**

- 5p** 1. Fie progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$. Știind că $b_2 + b_5 = 156$ și $b_3 + b_6 = 468$, calculați rația progresiei.
- 5p** 2. Determinați mulțimea valorilor întregi ale numărului real m , pentru care reprezentarea graficului funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + mx + 1$ nu intersectează axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x-1} - 2^{x+1} + 3 = 0$.
- 5p** 4. Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ știind că numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente ale unei mulțimi cu n elemente este 511.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC , M mijlocul laturii BC și punctul T mijlocul segmentului AM . Să se arate că $\overrightarrow{BT} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.
- 5p** 6. Determinați măsura unghiului A al unui triunghi ABC , știind că $\sin A + \cos A = 0$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ a & i & a \\ -1 & a & -1 \end{pmatrix}$, unde $i^2 = -1$ și a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A(0) = i$.
- 5p** b) Demonstrați că, pentru orice număr real a , matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p** c) Calculați $\underbrace{A(0) \cdot A(0) \cdot A(0) \cdots A(0)}_{\text{de 2022 ori}}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compozitie asociativă și cu element neutru $x \circ y = xy - 6x - 6y + 42$.
- 5p** a) Arătați că $x \circ y = (x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Determinați perechile de numere întregi (x, x') , unde x' este simetricul lui x în raport cu legea " \circ ".
- 5p** c) Calculați $\frac{2022}{1} \circ \frac{2022}{2} \circ \frac{2022}{3} \cdots \circ \frac{2022}{2022}$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$
- 5p** a) Să se arate că $x^2 \cdot f'(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$, $\forall x \in (0, +\infty)$
- 5p** b) Să se arate că graficul funcției admite o singură asymptotă.
- 5p** c) Determinați cel mai mic număr întreg a pentru care $f(x) < a$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x \cdot (2x^2 + 3x + 4)$ și $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = e^x \cdot (ax^2 + bx + c)$
- 5p** a) Să se determine $a, b, c \in \mathbf{R}$ astfel încât funcția F să fie primitiva funcției f .
- 5p** b) Aflați primitiva funcției f , al cărei grafic conține punctul $A(0; 2)$.
- 5p** c) Arătați că orice primitivă a funcției f este convexă pe \mathbf{R} .