

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022**Proba E.c)****Matematică M_mate-info****Varianta 2**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I**(30 puncte)**

- 5p** 1. Fie progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$. Știind că $b_2 + b_5 = 156$ și $b_3 + b_6 = 468$, calculați rația progresiei.
- 5p** 2. Determinați valoarea numărului real m știind că vârful parabolei $y = 2x^2 - 4x + 1$ se află pe dreapta de ecuație $y = (m - 2)x - 3$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x-1} - 2^{x+1} + 3 = 0$.
- 5p** 4. Fie mulțimea $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Să se determine numărul funcțiilor impare $f : A \rightarrow A$.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC , M mijlocul laturii BC și punctul T mijlocul segmentului AM . Să se arate că $\overrightarrow{BT} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \mathbb{R}$ cu proprietatea $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{8}$. Calculați $\sin 2\alpha$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 puncte)**

- 1.** Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ bc & ac & ab \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + by + cz = 0 \\ bcx + acy + abz = 0 \end{cases}$, $a, b, c \in \mathbb{R}^*$.
- 5p** a) Să se arate că $\det A = (a-b)(a-c)(c-b)$.
- 5p** b) Rezolvati sistemul știind că a, b, c sunt disticte două câte două.
- 5p** c) Pentru $a = b \neq c$ determinați soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului pentru care $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 18 = 0$.
- 2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compozиție asociativă $x * y = 3xy - 6x - 6y + 14$.
- 5p** a) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * (2 - 3x) = 2$.
- 5p** b) Calculați $\frac{1}{21} * \frac{2}{21} * \frac{3}{21} * \dots * \frac{2022}{21}$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale a, b, c care verifică relația $a * b * c = 65$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 puncte)**

- 1.** Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$
- 5p** a) Să se arate că $x^2 \cdot f'(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$, $\forall x \in (0, +\infty)$
- 5p** b) Să se arate că graficul funcției admite o singură asimptotă.
- 5p** c) Determinați cel mai mic număr întreg a pentru care $f(x) < a$.
- 2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x \cdot (2x^2 + 3x + 4)$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^x \cdot (ax^2 + bx + c)$
- 5p** a) Să se determine $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția F să fie primitiva funcției f .
- 5p** b) Aflați primitiva funcției f , al cărei grafic conține punctul $A(0; 2)$.
- 5p** c) Arătați că orice primitivă a funcției f este convexă pe \mathbb{R} .



2. Se consideră funcțiile $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(1+x)$ și $F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.

5p a) Verificați egalitatea $F(1) = \frac{3}{2} - 2 \ln 2$.

5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^3}$.

5p c) Arătați că F este funcție crescătoare.