

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_2 = 7$ și $a_6 = 23$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 8x - 5$. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(a, 3a)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4 x + \log_4(3x) = \log_4 12$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de două cifre, \sqrt{n} să fie număr natural par.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3, 2)$, $B(1, 4)$ și $C(6, 0)$. Determinați distanța dintre mijloacele segmentelor AB și OC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $BC = 16$ și măsura unghiului B egală cu 30° . Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $32\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x+1 & -3 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 9$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $B(3) \cdot B(4) = xB(1)$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care matricea $B(a)$ este inversa matricei $C = \frac{1}{9}A$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + X^2 + mX - 4$, unde m este număr real.
- 5p** a) Pentru $m = 1$, arătați că $f(2) = 10$.
- 5p** b) Pentru $m = -4$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul m , polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x + 2)^2}$, $x \in (-2, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{e^x} = 0$.
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este convexă.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx = 6$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^8 (f(x) - x - 1) dx = 4$.

- 5p** c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [0,3] \rightarrow \mathbb{R}$,
 $g(x) = f(x)$, este egal cu $\pi \left(\frac{91}{3} + \ln 4 \right)$.