

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I 30 de puncte

1	$\sqrt[3]{64} = 4$ $\log_2(\sqrt[3]{64}) = \log_2 4 = 2$	3p 2p
2	$x_1 + x_2 = -2$ $x_1 \cdot x_2 = -5$	2p 3p
3	$3^x = t, t > 0 \Rightarrow 3t^2 - 7t + 2 = 0$ $t_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_1 = -1, t_2 = 2 \Rightarrow x_2 = \log_3 2$	2p 3p
4	$C_n^2 = 36, n \geq 2$ $\frac{n(n-1)}{2} = 36 \Rightarrow n = 9$	2p 3p
5	$\overrightarrow{AB} = (5-3)\vec{i} + (3-2)\vec{j} = 2\vec{i} + \vec{j}$ și $\overrightarrow{AM} = (x_M - 3)\vec{i} + (y_M - 2)\vec{j}$ $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow x_M - 3 = \frac{2}{3}$ și $y_M - 2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_M = \frac{11}{3}$ și $y_M = \frac{7}{3}$	2p 3p
6	$a = \frac{\pi}{6} - b \Rightarrow \cos a = \cos\left(\frac{\pi}{6} - a\right) =$ $= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos b + \frac{1}{2} \sin b$	2p 3p

Subiectul al II-lea 30 puncte

1.a)	$\det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ Finalizare	2p 3p
b)	$A(x) \cdot A(y)$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x+y & 1 & 0 \\ 2x+2x^2+4xy+2y+2y^2 & 4x+4y & 1 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x+y & 1 & 0 \\ 2(x+y)+2(x+y)^2 & 4(x+y) & 1 \end{pmatrix}$ $= A(x+y)$	3p 2p

1.c	$I_3 = A(0)$ , conform b) $A(x) \cdot A(-x) = A(0) \Rightarrow (A(x))^{-1} = A(-x)$ $X = A(-2) \cdot A(3) \Rightarrow X = A(1)$	3p 2p
2.a)	$x * y = -xy + 2x + 2y + 2 - 4 =$ $2 - (xy - 2x - 2y + 4) = 2 - (x - 2)(y - 2)$ , oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$x * x = 2 - (x - 2)^2$ , $x * x * x = 2 + (x - 2)^3$ $2 + (x - 2)^3 = 1 \Leftrightarrow (x - 2)^3 = -1 \Leftrightarrow x - 2 = -1 \Leftrightarrow x = 1$	3p 2p
c)	$x * 2 = 2 * x = 2$ , oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$ $\sqrt[3]{1} * \sqrt[3]{2} * \dots * \sqrt[3]{2022} = (\sqrt[3]{1} * \dots * \sqrt[3]{7}) * \sqrt[3]{8} * (\sqrt[3]{9} * \dots * \sqrt[3]{2022})$ $= 2 * (\sqrt[3]{9} * \dots * \sqrt[3]{2022}) = 2$	2p 3p

### Subiectul al III-lea

30 puncte

1.a)	$f'(x) = 1 - \frac{2}{x}$ $f''(x) = \frac{2}{x^2}$ , $f'(x) + f''(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$	2p 3p
b)	$f'(x) = \frac{x-2}{x} \Rightarrow f'(x) < 0, \forall x \in (0; 2)$ și $f'(x) > 0, \forall x \in (2; \infty)$ Finalizare	3p 2p
c)	Conform b) avem $f(x) \geq f(2), \forall x \in (0; \infty)$ $x - 2 \ln x \geq 2 - 2 \ln 2 \Rightarrow x - 2 \geq 2 \ln \frac{x}{2}, \forall x \in (0; \infty)$	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - x + 2) dx = (\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x) \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 = \frac{11}{6}$	3p 2p
b)	$\int_1^2 e^x (x^2 - f(x)) dx = \int_1^2 e^x (x - 2) dx = (x-2)e^x \Big _1^2 - \int_1^2 e^x dx =$ $= e - e^x \Big _1^2 = e - e^2 + e = 2e - e^2$	3p 2p
c)	$\int_1^a \frac{2x-1}{f(x)} dx = \int_1^a \frac{2x-1}{x^2-x+2} dx$ , $x^2 - x + 2 = t \Rightarrow (2x - 1) dx = dt$ . Pentru $x = 1 \Rightarrow t = 2$ și pentru $x = a \Rightarrow t = a^2 - a + 2$ Integrala devine $\int_2^{a^2-a+2} \frac{1}{t} dt = \ln  t  \Big _2^{a^2-a+2} = \ln \frac{a^2-a+2}{2}$ $\Rightarrow a^2 - a + 2 = 8$ , cu soluția convenabilă $a = 3$ .	2p 3p

Echipa de profesori:

GĂNESCU CORNRL – CONSTANTIN (Liceul Tehnologic „Dumitru Dumitrescu” Buftea)

ZĂNOAGĂ MARIUS FLORIN (Liceul Tehnologic „Dumitru Dumitrescu” Buftea)

COSMESCU ANA-MARIA (Școala Gimnazială Nr. 190 București)

MORARU DANIELA – Inspector ISJ Ilfov