

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT
Matematică M_ Științe ale naturii, noiembrie 2022

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p 1. Să se arate că $\log_2(\sqrt[3]{64}) = 2$
- 5p 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x - 5$ cu rădăcinile x_1 și x_2 . Să se calculeze $x_1 + x_2 - 2x_1 \cdot x_2$.
- 5p 3. Să se rezolve ecuația $3^{x+1} + 2 \cdot 3^{-x} = 7$
- 5p 4. Să se determine numărul de elemente ale unei mulțimi care are 36 de submulțimi cu două elemente.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$ și $B(5,3)$.
Determinați coordonatele punctului M știind că $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
- 5p 6. Se consideră numerele reale a și b astfel încât $a + b = \frac{\pi}{6}$. Arătați că
 $2 \cos a = \sqrt{3} \cos b + \sin b$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră mulțimea $G = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ 2x + 2x^2 & 4x & 1 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R} \right\}$
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$
- 5p b) Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$
- 5p c) Să se rezolve ecuația $A(2) \cdot X = A(3)$, unde $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
2. Pe multimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă
 $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$
- 5p a) Arătați că $x * y = 2 - (x - 2)(y - 2)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x * x * x = 1$
- 5p c) Calculați $\sqrt[3]{1} * \sqrt[3]{2} * \sqrt[3]{3} * \dots * \sqrt[3]{2022}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2\ln x$.
- 5p a) Să se arate că $f'(x) + f''(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$
- 5p b) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(0; 2)$
- 5p c) Să se arate că $x - 2 \geq 2\ln \frac{x}{2}$, oricare ar fi $x \in (0; \infty)$
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - x + 2$
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = \frac{11}{6}$.
- 5p b) Calculați $\int_1^2 e^x (x^2 - f(x)) dx$.
- 5p c) Determinați numărul real pozitiv supraunitar a , știind că
- $$\int_1^a \frac{2x-1}{f(x)} dx = \ln 4$$