

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT
Matematică M_mate-info, noiembrie 2022
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Subiectul I

(30 puncte)

5p	1. Calculați partea imaginară a numărului complex $z = \frac{1}{2+i}$, unde $i^2 = -1$.
5p	2. Determinați cel mai mare număr natural n pentru care ecuația $x^2 + 3x - n + 5 = 0$ nu are rădăcini reale.
5p	3. Rezolvați în multimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 + 3) = 1$.
5p	4. Determinați numărul de submultimi cu cel puțin două elemente ale multimii $A = \{0; 1; \dots; 4\}$.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră dreptele $d_1 : y = \frac{x}{3} + 3$ și $d_2 : y = (m-1)x + 1$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt perpendiculare.
5p	6. Știind că $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ și că $\sin x = -\frac{1}{2}$ să se calculeze $\sin 2x$.

Subiectul al II-lea

(30 puncte)

1.	Se consideră matricele $A(m) = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}, m \in \mathbb{R}$ și $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.
5p	a) Arătați că matricea $A(m)$ este inversabilă pentru orice $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$.
5p	b) Arătați că $A^{-1}(-1) = \frac{1}{2}A(0)$, unde $A^{-1}(-1)$ este inversa matricei $A(-1)$.
5p	c) Determinați $X \in M_{3,1}(\mathbb{R})$ astfel încât $A(-1) \cdot X = B$.
2.	Pe multimea numerelor rationale \mathbb{Q} se definește legea de compozitie $x * y = \frac{1}{5}xy + 3x + 3y + 30$.

- | | |
|----|--|
| 5p | a) Arătați că $x * (-15) = -15, \forall x \in \mathbb{Q}$. |
| 5p | b) Dați exemplu de două numere raționale x și y care nu sunt numere întregi și pentru care $x * y$ este număr întreg. |
| 5p | c) Arătați că funcția $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, f(x) = 5x - 15$ are proprietatea $f(x \cdot y) = f(x) * f(y), \forall x, y \in \mathbb{Q}$. |

Subiectul al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x + 2}$.

5p	a) Arătați că $f'(x) = 1 + \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}$.
5p	b) Determinați ecuația asymptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f .
5p	c) Determinați imaginea funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{e^x} + \frac{x-2}{x}$. și funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = -e^{-x} + x - 2\ln(x)$.

5p	a) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
5p	b) Calculați $\int xf(x)dx$.
5p	c) Determinați primitiva $G: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f , al cărei grafic conține punctul $M(1, \frac{e+1}{e})$.

Echipa de profesori:

PRUTESCU DANIEL (Liceul German HERMANN OBERTH, Voluntari)
HLEVCA CRISTINA (Liceul Teoretic IOAN PETRUŞ, Otopeni)
APOSTOL MIHAI (Liceul Teoretic HORIA HULUBEI, Măgurele)