

**Examenul Național de bacalaureat 2023**

**Proba E.c)**

**Matematică  $M\_mate-info$**

**Simulare Vrancea**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**SUBIECTUL I (30 puncte)**

1.	$3 = \log_2 8, \log_2 8 \in (\log_2 5, \log_2 9), 2 = \log_2 4 < \log_2 5; 4 = \log_2 16 > \log_2 9,$ $(\log_2 5, \log_2 9) \cap \mathbb{Z} = \{3\}, \text{Card } (\log_2 5, \log_2 9) \cap \mathbb{Z} = 1$	3p 2p
2.	$-\frac{2b}{2} = 1 \Rightarrow b = -1$ $A(1, 2) \in G_f \Rightarrow f(1) = 2 \Rightarrow 1 - 2 + 3c = 2 \Rightarrow c = 1$	2p 3p
3.	$(x+1) = (x+1)^3 \Rightarrow (x+1)^3 - (x+1) = 0$ $\Rightarrow (x+1) \cdot (x+1-1) \cdot (x+1+1) = 0 \Rightarrow x \in \{-1, 0, -2\}$	2p 3p
4.	$f(2) = f(-2) \in \{1, 2, 3\}$ $3 \cdot 3^3 = 81$	2p 3p
5.	$d(P, d_1) = \frac{ -3a+1 }{\sqrt{10}}, d(P, d_2) = \frac{ a+2 }{\sqrt{10}}$ $  -3a+1   =   a+2   \Rightarrow a \in \left\{ -\frac{1}{4}, \frac{3}{2} \right\}$	2p 3p

6.	$\sin x + \sqrt{3} \cdot \cos x = 2 \cdot \left( \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) = 2 \cdot \left( \cos \frac{\pi}{3} \sin x + \sin \frac{\pi}{3} \cos x \right)$	3p
	$2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \leq 2$	2p

**SUBIECTUL al II-lea**

1.a)	$\det A(m) = (m+2) \cdot (m-1)^2$ $m \in \{-2, 1\}$	3p
		2p
1.b)	<p>Se verifică <math>A(-1) \cdot \frac{1}{2} A(0) = \frac{1}{2} A(0) \cdot A(-1) = I_3</math></p> <p>Finalizare</p>	2p
		3p
1.c)	$X = A^{-1}(-1) \cdot B = \frac{1}{2} A(0) \cdot B$ $X = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	3p
		2p
2.a)	$\frac{1}{5} xa + 3x + 3a + 30 = a$ $\frac{a \cdot (x+10)}{5} = -3(x+10) \forall a \in \mathbb{Q} \Rightarrow a = -15$	2p
		3p
2.b)	orice combinație care să respecte cerința	5p
2.c)	$f(xy) = 5xy - 15$ $f(x) * f(y) = (5x - 15) * (5y - 15) = \frac{25}{5} (x-3) \cdot (y-3) + 15(x-3) + 15(y-3) + 30 =$ $= 5xy - 15x - 15y + 45 + 25x - 45 + 15y - 45 + 30 = 15xy - 15$	2p
		3p

**SUBIECTUL al III-lea**

1.a)	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} = 1$ $f(1)=1 \quad , \text{ Finalizare}$	3p 2p
1.b)	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - 1}{x-1}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{(x-1)^2} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x} - 1}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{2x} = -\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$	2p 3p
1.c)	$x \neq 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{x}{x-1} - \ln x}{(x-1)^2}, (x-1)^2 > 0$ $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{x-1}{x} - \ln x, g'(x) = \frac{1-x}{x^2}$ <p>g crescătoare pe (0,1) și descrescătoare dacă <math>x &gt; 1</math>, <math>g(1)=0</math> deci <math>g(x) &lt; 0, \forall x \in (0, \infty) \setminus \{1\} \Rightarrow f'(x) &lt; 0</math>, deci f descrescătoare</p>	2p 3p
2.a)	$f(1) = \int_0^1 \frac{t}{t+1} dt$ $f(1) = \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt = t \Big _0^1 - \ln(t+1) \Big _0^1 = 1 - \ln 2$	2p 3p
2.b)	$f(x+1) + f(x) = \int_0^1 \frac{t^{x+1}}{t+1} dt + \int_0^1 \frac{t^x}{t+1} dt$ $\int_0^1 \frac{t^x(t+1)}{t+1} dt = \int_0^1 t^x dt = \frac{t^{x+1}}{x+1} \Big _0^1 = \frac{1}{x+1}$	2p 3p
2.c)	$t \in [0, 1] \Rightarrow t+1 \in [1, 2] \Rightarrow \frac{1}{t+1} \geq \frac{1}{2}$ $\frac{t^x}{t+1} \geq \frac{t^x}{2} \Rightarrow \int_0^1 \frac{t^x}{t+1} dt \geq \int_0^1 \frac{t^x}{2} dt \Rightarrow f(x) \geq \frac{1}{2} \frac{t^{x+1}}{x+1} \Big _0^1 = \frac{1}{2(x+1)}$	2p 3p