

Simulare, Bacalaureat, 11 mai 2023
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1. $m_a = \frac{10 - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}}{2} =$ $= \frac{10}{2} = 5$	3p 2p
2. $\frac{b}{2a} = \frac{3m}{2}$ $\frac{3m}{2} = \frac{3}{2}$ $m = 1$	2p 2p 1p
3. $3^x (1+3^2) = 10 \Leftrightarrow 3^x = 1$ $x = 0$	3p 2p
4. $p + \frac{25}{100} \cdot p = 250$, unde p este prețul obiectului înainte de scumpire $p = 200$ lei	2p 3p
5. $x_M = 1, y_M = 2$, unde punctul M este mijlocul laturii BC $AM = 2$	2p 3p

6. $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = \frac{1}{2}$ și, cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = (\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0$$

3p
2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3) - (-2) \cdot 5 = -9 + 10 = 1$	3p 2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $A \cdot A + I_2 = \begin{pmatrix} -1+1 & 0 \\ 0 & -1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p 2p
c)	$A - aI_2 = \begin{pmatrix} 3-a & -2 \\ 5 & -3-a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A - aI_2) = \begin{vmatrix} 3-a & -2 \\ 5 & -3-a \end{vmatrix} = -9 + a^2 + 10 = a^2 + 1 \geq 1$, pentru orice număr real a	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 = 1 - 3 + 2 = 0$	2p 3p
b)	Câtul este $X^2 - X$ Restul este 0	2p 3p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 3$, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 2$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	3p
	Finalizare	2p
b)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e}$ $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in \left[\frac{1}{e}, +\infty\right) \Rightarrow f$ crescătoare pe intervalul $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$	2p 3p

c) $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{1}{e}\right] \Rightarrow f$ descrescătoare pe intervalul $\left(0, \frac{1}{e}\right]$ Din tabelul de variație obținem $f(x) \geq f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	3p
2.a) $\int_1^3 xf(x)dx = \int_1^3 x \frac{x^2+1}{x} dx = \int_1^3 (x^2+1) dx =$ $= \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big _1^3 = \frac{32}{3}$	2p
b) $\int_1^2 xe^x dx = xe^x \Big _1^2 - \int_1^2 e^x dx =$ $= 2e^2 - e - e^x \Big _1^2 = e^2$	3p
c) $Aria = \int_1^a f(x) dx = \int_1^a \left(x + \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln x \right) \Big _1^a = \frac{a^2 - 1}{2} + \ln a$ Din $Aria = 4 + \ln a \Rightarrow \frac{a^2 - 1}{2} = 4 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$, deoarece $a > 1 \Rightarrow a = 3$	2p