Simulare, Bacalaureat, 11 mai 2023
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I

5p **1.** Calculați media aritmetică a numerelor $a=2(5-\sqrt{5})$ și $b=2\sqrt{5}$.

5p **2.** Determinați numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+3mx+1$ are abscisa egală cu $\frac{3}{2}$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x+3^{x+2}=10$.

5p **4.** După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect este 250 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(-3,2)$ și $C(5,2)$. Determinați lungimea medianei din vârful A al triunghiului ABC.

5p **6.** Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, arătați că $\sin^2 x-2\sin x\cos x+\cos^2 x=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Demonstrați că $\det(A-aI_2)\geq 1$, pentru orice număr real a.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+2X$.

5p **a)** Calculați $f(1)$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X-2$.

5p **c)** Calculați $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde x_1,x_2,x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=1+\ln x$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Arătați că funcția f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{e},\infty\right)$.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)\geq -\frac{1}{e}$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3 xf(x)dx=\frac{32}{3}$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)e^x dx=e^2$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>1$, pentru care aria suprafeței plane delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=a$, este egală cu $4+\ln a$.