

**Simulare, Bacalaureat, 11 mai 2023
Proba E. c)**

**Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	$a_{2023} = 2023 + 2022 \cdot (-1) =$	3p
	$= 1$	2p
2.	$x_1 + x_2 = 3, x_1 x_2 = 10$	3p
	$x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = 3 + 2 \cdot 10 = 23$	2p
3.	$G_f \cap Ox: f(x) = 0 \Rightarrow x = -1$	2p
	$A(-1, 0)$	1p
	$G_f \cap Oy: f(0) = 1$	1p
	$B(0, 1)$	1p
4.	Sunt 4 numere prime în mulțime, deci sunt $C_4^2 = 6$ cazuri favorabile	2p
	Sunt $C_9^2 = 36$ de cazuri posibile	1p
	$p = \frac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	2p
5.	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$	3p
	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$	2p
6.	$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cos^2 x = 1, x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \Rightarrow \cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$	3p
	$\text{tg} x = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow 2\sqrt{2}\text{tg} x + 1 = 0$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. a)	$\det(A(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 =$ $= 3$	3p 2p
b)	$A(x) \cdot A(-x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x & 1 \\ 1 & -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x^2+1 & 0 \\ 0 & -x^2+1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -x^2+1 & 0 \\ 0 & -x^2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 0$	3p 2p
c)	$A(1) + A(2) + \dots + A(n) = \begin{pmatrix} 1+2+\dots+n & n \\ n & 1+2+\dots+n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{n(n+1)}{2} & n \\ n & \frac{n(n+1)}{2} \end{pmatrix}$ $\begin{vmatrix} \frac{n(n+1)}{2} & n \\ n & \frac{n(n+1)}{2} \end{vmatrix} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{n(n+1)}{2} - n \cdot n = \frac{n^2(n-1)(n+3)}{4}, \text{ pentru orice număr}$ <p>natural nenul n</p>	2p 3p
2. a)	$f: (X-1) \Leftrightarrow f(1) = 0$ $f(1) = 1 + m - 3 - 17 + 2m + 7 = 3m - 12$ $3m - 12 = 0 \Rightarrow m = 4$	2p 1p 2p
b)	$x_1 \text{ rădăcină a lui } f \Rightarrow x_1^3 + x_1^2 - 17x_1 + 15 = 0 \Rightarrow x_1^3 + x_1^2 = 17x_1 - 15$ <p>Analog $x_2^3 + x_2^2 = 17x_2 - 15$, $x_3^3 + x_3^2 = 17x_3 - 15$, Adunăm relațiile și obținem</p> $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 17 \cdot (x_1 + x_2 + x_3) - 15 \cdot 3 = 17 \cdot (-1) - 15 \cdot 3 = -62$	3p 2p
c)	<p>Cu notația $3^x = y > 0 \Rightarrow y^3 + y^2 - 17y + 15 = 0 \Rightarrow (y-1)(y-3)(y+5) = 0$</p> $y = -5 < 0$ $y = 1 \Rightarrow x = 0$ $y = 3 \Rightarrow x = 1$	2p 1p 1p 1p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = \frac{2x+4}{2\sqrt{x^2+4x+5}} - 1 =$ $= \frac{2(x+2)}{2\sqrt{x^2+4x+5}} - 1 = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}} - 1, \quad x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+4x+5} - x - 2) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+4x+5 - x^2 - 4x - 4}{\sqrt{x^2+4x+5} + x + 2} =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+4x+5} + x + 2} = 0, \text{ deci dreapta de ecuație } y = 0 \text{ este asimptotă}$ <p>orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției.</p>	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{x^2+4x+5} \Rightarrow x^2+4x+4 = x^2+4x+5, \text{ fals, deci}$ $f'(x) \neq 0, \text{ pentru orice număr real } x$ <p>f' are proprietatea lui Darboux, deci f' are semn constant, $f'(0) = \frac{2}{\sqrt{5}} - 1 < 0$,</p> <p>obținem că $f' < 0$, pentru orice număr real x, deci f este descrescătoare</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \text{ și } f \text{ este continuă} \Rightarrow \text{Im } f = (0, +\infty)$	2p 3p
2. a)	$\int_0^1 \left(f(x) - \frac{1}{x+1} \right) dx = \int_0^1 \left(x + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \int_0^1 x dx =$ $= \frac{x^2}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2}$	3p 2p
b)	$\int_0^1 x f(x) dx = \int_0^1 \left(x^2 + \frac{x}{x+1} \right) dx = \int_0^1 \left(x^2 + 1 - \frac{1}{x+1} \right) dx =$ $= \left(\frac{x^3}{3} + x - \ln(x+1) \right) \Big _0^1 = \frac{4}{3} - \ln 2$	2p 3p
c)	$A = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(x + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln(x+1) \right) \Big _0^1 = \frac{1}{2} + \ln 2$ $\frac{1}{2} + \ln 2 = \frac{1}{2} + \ln(n^2 + n) \Rightarrow n = -2 \text{ nu convine și } n = 1$	3p 2p