

Simulare, Bacalaureat, 11 mai 2023
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numerele reale a și b , știind că $a+ib$ este conjugatul numărului complex $z = \frac{1+i}{1-i}$.
- 5p** 2. Determinați numărul real pozitiv m pentru care dreapta $x = 2$ este axă de simetrie a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - (m^2 - 1)x + 3$.
- 5p** 3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\sqrt[3]{1+7x} = 1+x$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare una dintre submulțimile cu trei elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, elementele submulțimii alese să fie termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(4,1)$. Determinați coordonatele punctului M știind că $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
- 5p** 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $AB = AC = 5$ și $BC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $(A(x) - A(y))^{2023} = O_3$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Determinați inversa matricei $A(x)$, unde $x \in \mathbb{R}$.
2. Se notează cu x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $f = X^4 - 3X^2 + 2X + 1$.
- 5p** a) Determinați restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X - 2$.
- 5p** b) Arătați că polinomul f nu are rădăcini raționale.
- 5p** c) Arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = -8$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{e^x}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1-2x}{e^x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p

b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Arătați că $(2x+1)\sqrt{e} \leq 2e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$.

5p a) Calculați I_2 .

5p b) Demonstrați că șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ este convergent.

5p c) Demonstrați că $(2n+1)I_n = 2nI_{n-1}$, pentru orice $n \geq 2$.