



EXAMENUL DE BACALAUREAT 2023

Proba E.c) Matematică M\_șt.naturii, Simulare județeană

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științele naturii.

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Calculați  $(\sqrt{23} + 4) \cdot \{\sqrt{23}\}$ , unde  $\{a\}$  reprezintă partea fracționară a lui  $a$ .
- 5p 2. Fie funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x - 5$ ,  $g(x) = x + a$ .  
Determinați  $a \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $(f \circ g)(x) = 4x + 3$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$ .
- 5p 4. Într-un laborator lucrează 12 cercetători dintre care 4 sunt biologi și 8 sunt chimiști. În câte moduri pot fi formate echipe de cercetare formate din 5 cercetători dintre care 3 sunt chimiști?
- 5p 5. Determinați  $m \in \mathbb{R}$ , astfel încât vectorii  $\vec{u} = m\vec{i} - 3\vec{j}$  și  $\vec{v} = (m-1)\vec{i} + 2\vec{j}$  să fie ortogonali.
- 5p 6. Calculați  $\operatorname{tg} x$ ,  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , dacă se știe că  $\sin x = \frac{3}{5}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Rezolvați ecuația  $\det(A - xI_2) = 0$ .
- 5p b) Demonstrați că, dacă matricea  $X \in M_2(\mathbb{R})$  verifică relația  $AX = XA$ , atunci există numerele  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât  $X$  este de forma  $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ .
- 5p c) Arătați că ecuația  $X^2 = A$  are patru soluții în  $M_2(\mathbb{R})$ .
2. Pe mulțimea  $G = (8, \infty)$  se definește legea de compoziție:  $x \circ y = xy - 8x - 8y + 72$ ,  $\forall x, y \in G$ .
- 5p a) Demonstrați că  $G$  este parte stabilă a lui  $\mathbb{R}$  în raport cu legea de compoziție " $\circ$ ".
- 5p b) Arătați că  $(G, \circ)$  este grup abelian.
- 5p c) Demonstrați că funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow G$ ,  $f(x) = x + 8$  este izomorfism de la grupul  $((0, \infty), \cdot)$  la grupul  $(G, \circ)$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x - \frac{x-1}{2x}$ .
- 5p a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$ .
- 5p b) Arătați că  $\ln x \geq \frac{x-1}{2x}$ ,  $\forall x \in (1, \infty)$ .
- 5p c) Determinați numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției  $f$ .

Probă scrisă la matematică

Simulare

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științele naturii.



2. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+2x+3}$ .

5p a) Arătați că  $\int_1^2 (x^3 + 2x^2 + 3x) \cdot f(x) dx = \frac{16}{3}$ .

5p b) Calculați  $\int_0^1 \left( f(x) + \frac{x}{x^2+2x+3} \right) dx$ .

5p c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{\ln x}$ , unde  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .