EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2023

Proba E.c) M_*mate-info*

Simulare județeană

BAREM DE NOTARE ȘI EVALUARE

Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 puncte)

1.	$10^{\lg 2}=2$, $\sqrt[3]{-64}=-4$, $\left[\frac{123}{7}\right]=17$; Apoi obţinem concluzia.	**3p** **2p**
2.	$f(1)+f(2)+f(3)+...+f(30)=1+3+5+...+59$ $1+3+5+...+59=\frac{(1+59)\cdot 30}{2}=30^2$.	**3p** **2p**
3.	Condiția $2x+1\geq 0$ de unde $x\geq -\frac{1}{2}$ Notăm $\sqrt{2x+1}=a$, $a\geq 0$. Ecuaţia devine $a^2+2a-15=0$ cu soluţiile $a_1=3$ şi $a_2=-5$, cea din urmă nu convine. Din $\sqrt{2x+1}=3$ deducem $x=4$.	**1p** **2p** **2p**
4.	Din $a+b+2+c=5$ deducem $a+b+c=3$. Numerele sunt 3020, 2120, 2021, 1220, 1121, 1022. Sunt 6 numere.	**2p** **2p** **1p**
5.	Din regula triunghiului avem $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ şi $\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Concluzia se obţine prin însumarea acestor relaţii.	**3p** **2p**
6.	Avem $m(\sphericalangle C)=30^0$. Teorema sinusurilor ne conduce la $\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}$, de unde $\frac{AB}{1/2}=\frac{BC}{\sqrt{2}/2}$; Obţinem $BC=3\sqrt{6}$.	**1p** **2p** **2p**

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
inspectorat@isj.hd.edu.ro, http://isj.hd.edu.ro

SUBIECTUL II **(30 puncte)**

1. a)	$rang\ A \le 3$. Din $\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} = 0$ (linii și coloane proporționale) avem că $rang\ \ A \le 2$ Există $C_3^2 \cdot C_3^2 = 9$ minori de ordinul 2 și toți sunt nuli având linii, resp coloane proporționale. Deoarece $A \ne O_3$ și din cele de mai sus rezultă că $rang\ A = 1$	**3p** **1p** **1p**
1. b)	Calcul $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 14 & 28 & 42 \\ 28 & 56 & 84 \\ 42 & 84 & 126 \end{pmatrix} = 14A$ Inducție matematică: Pp că $P(k):\ A^k = 14^{k-1}A$ adevărată. $P(k) \to P(k+1)$, $P(k+1):\ A^{k+1} = 14^k A$ $A^{k+1} = A^k A = 14^{k-1} A^2 = 14^k A$. Rezultă că $A^n = 14^{n-1} A,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$	**2p** **2p** **1p**
1. c)	Matricea $I_3 - \frac{1}{13}A$ este inversa matricei $I_3 - A$ dacă $(I_3 - A)\left(I_3 - \frac{1}{13}A\right) = I_3$ Prin calcul avem $(I_3 - A)\left(I_3 - \frac{1}{13}A\right) = I_3 - A - \frac{1}{13}A + \frac{1}{13}A^2 = I_3 - A - \frac{1}{13}A + \frac{14}{13}A = I_3$	**2p** **3p**
2. a)	Verificare prin calcul direct.	**5p**
2. b)	Din $x \circ a = a$ obţinem $(a-6)(5(a-6)-1) = 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Obţinem $a = 6$.	**2p** **3p**
2. c)	Pe baza criteriilor de divizibilitate cu 2 și 3, obţinem că 6 e divizor al lui 2022. Folosind proprietăţile operaţiei din enunţ obţinem $d_1 \circ d_2 \circ \ldots \circ d_n = 6$.	**2p** **3p**

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
inspectorat@isj.hd.edu.ro, http://isj.hd.edu.ro

SUBIECTUL III **(30 puncte)**

<table>
<tr><td>1. a)</td><td>Avem $f'(x)=\dfrac{x(x-2)}{(x-1)^2}$.

Soluţia unică a ecuaţiei $f'(x)=0$ este $x=2$.</td><td>3p

2p</td></tr>
<tr><td>1. b)</td><td>Avem următorul tabel de variaţie
<table>
<tr><td>x</td><td>$1 \qquad\qquad\qquad\qquad 2 \qquad\qquad\qquad\qquad \infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$- \; - \; - \; - \; - \; - \quad 0 + + \; + \; + \; + \; + \; +$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$\vert \quad \searrow \quad \searrow \quad \searrow \; 4 \nearrow \quad \nearrow \quad \nearrow \quad \nearrow$</td></tr>
</table>
Funcţia este strict descrescătoare pe $(1,2]$ şi strict crescătoare pe $[2,\infty)$.</td><td>3p

2p</td></tr>
<tr><td>1. c)</td><td>Deoarece $\lg 97 < \lg 99 < 2$ obţinem $f(\lg 99) < f(\lg 97)$.

Deoarece $\lg 103 > \lg 101 > 2$ obţinem $f(\lg 101) < f(\lg 103)$ şi apoi obţinem concluzia.</td><td>2p

3p</td></tr>
<tr><td>2. a)</td><td>Avem $g'(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x$

$=\sin x\cos x = f_{1,1}(x)$.</td><td>3p

2p</td></tr>
<tr><td>2. b)</td><td>$\int_0^{\pi/2} f_{3,1}(x)dx = \int_0^{\pi/2} (\sin x)^3 \cos x dx$.

Prin integrarea prin părți sau schimbare de variabilă obţinem rezultatul final $\dfrac{1}{4}$.</td><td>1p

4p</td></tr>
<tr><td>2. c)</td><td>Fie $h(x)=F(x+2\pi)-F(x)$. Atunci $h'(x)=f_{2022,2023}(x+2\pi)-f_{2022,2023}(x)=0$.
Deducem că funcţia h este constantă şi apoi concluzia.</td><td>4p

1p</td></tr>
</table>

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
inspectorat@isj.hd.edu.ro, http://isj.hd.edu.ro