



### EXAMENUL DE BACALAUREAT 2023

#### Proba E.c) Matematică M\_mate-info, Simulare județeană

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

#### SUBIECTUL I

(30 puncte)

- |           |  |
|-----------|--|
| <b>5p</b> | 1. Demonstrați că $10^{\lg 2} + \sqrt[3]{-64} + \left\lceil \frac{123}{7} \right\rceil = 15$ , unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real $x$ .  |
| <b>5p</b> | 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 2x - 1$ . Demonstrați că numărul $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(30)$ este pătrat perfect.   |
| <b>5p</b> | 3. Rezolvați în multimea numerelor reale ecuația $2x + 1 + 2\sqrt{2x + 1} = 15$ .  |
| <b>5p</b> | 4. Câte numere naturale de forma $\overline{ab2c}$ au suma cifrelor egală cu 5?  |
| <b>5p</b> | 5. În triunghiul $ABC$ , punctele $M$ , $N$ și $P$ sunt mijloacele laturilor $BC$ , $AC$ , respectiv $AB$ . Arătați că $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$ . |
| <b>5p</b> | 6. În triunghiul $ABC$ măsurile unghiurilor $A$ și $B$ sunt de $45^\circ$ , respectiv $105^\circ$ și $AB = 3\sqrt{3}$ . Calculați lungimea laturii $BC$ .  |

#### SUBIECTUL II

(30 puncte)

- |           |   |
|-----------|---|
| <b>5p</b> | 1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ .   |
| <b>5p</b> | a) Să se calculeze $rang A$ .   |
| <b>5p</b> | b) Să se arate că $A^n = 14^{n-1} A$ , $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .   |
| <b>5p</b> | c) Să se arate că inversa matricei $I_3 - A$ este $I_3 - \frac{1}{13}A$ .   |
| <b>5p</b> | 2. Pe $\mathbb{R}$ considerăm legea " $\circ$ " definită prin $x \circ y = 5xy - 30x - 30y + 186$ , pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$ . Se știe că această lege este asociativă și comutativă. |
| <b>5p</b> | a) Demonstrați că $x \circ y = 5(x - 6)(y - 6) + 6$ , pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$ ;  |
| <b>5p</b> | b) Determinați un element $a \in \mathbb{R}$ pentru care $x \circ a = a \circ x = a$ , pentru orice $x \in \mathbb{R}$ ;  |
| <b>5p</b> | c) Dacă $d_1, d_2, \dots, d_n$ sunt divizorii întregi ai numărului 2022 calculați $d_1 \circ d_2 \circ \dots \circ d_n$ .   |

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

*Simulare*



### SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția  $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ .
- 5p a) Demonstrați că ecuația  $f'(x) = 0$  are o singură soluție în intervalul  $(1, \infty)$ ;
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției  $f$ ;
- 5p c) Demonstrați că  $f(\lg 99) + f(\lg 101) < f(\lg 97) + f(\lg 103)$ .
2. Fie funcția  $f_{p,q} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_{p,q}(x) = (\sin x)^p \cdot (\cos x)^q$ , unde  $p, q \in \mathbb{N}^*$ .
- 5p a) Demonstrați că funcția  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = -\frac{1}{4} \cos 2x$  este o primitivă a funcției  $f_{1,1}$ ;
- 5p b) Calculați  $\int_0^{\pi/2} f_{3,1}(x) dx$ ;
- 5p c) Fie  $F$  o primitivă a funcției  $f_{2022, 2023}$ . Demonstrați că există un număr real  $k$  astfel încât  $F(x + 2\pi) - F(x) = k$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .