

Simulare, Bacalaureat, 17 ianuarie 2023
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

SUBIECTUL I

5p	1. Arătați că $\left(2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) : \frac{17}{9} = 1$.
5p	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + a$, unde a este un număr real. Arătați că pentru orice număr real a , $f(2) - f(-2) = 16$.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2+3} = 3^{4x}$.
5p	4. Prețul unui obiect este 120 lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu 5%.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,7)$, $B(5,1)$. Determinați distanța de la punctul O la punctul C , unde C este mijlocul segmentului AB .
5p	6. Calculați aria triunghiului ABC , știind că $AB = AC = 5$ și $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$.
(30 de puncte)	

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.	
5p	a) Arătați că $\det A = -6$.
5p	b) Determinați numerele reale x , știind că $\det(A - xI_2) = -1$.
5p	c) Determinați numerele reale a și b pentru care $A \cdot X = X \cdot A$, unde $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - x - y + 2$.	
5p	a) Demonstrați că $x * y = (x - 1)(y - 1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
5p	b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă pe mulțimea numerelor reale.
5p	c) Determinați numerele naturale nenule n pentru care $n * n * n = n$.

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2 \ln x$.	
5p	a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
5p	b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1,1)$.
5p	c) Demonstrați că $\ln \frac{2}{3} \leq -\frac{5}{18}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x - x^2}{e^x}$.	
5p	a) Calculați $\int f(x) e^x dx$.
5p	b) Demonstrați că funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x^2}{e^x}$ este o primitivă a funcției f .
5p	c) Demonstrați că orice primitivă F a funcției f este crescătoare pe $[0, 2]$.