

**Simulare, Bacalaureat, 17 ianuarie 2023
Proba E. c)**

**Matematică *M_{șt-nat}*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2 - 3i = \overline{2 + 3i}$, $A = z(2 + 3i) + \overline{z} \cdot \overline{2 + 3i} = z(2 + 3i) + \overline{z(2 + 3i)} \in \mathbb{R}$ deoarece este suma dintre un număr complex și conjugatul său.	3p 2p
2.	$f(-x) = \frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1} = \frac{\frac{1}{e^x} - 1}{\frac{1}{e^x} + 1} = \frac{1 - e^x}{1 + e^x} =$ $= \frac{1 - e^x}{1 + e^x} = -\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = -f(x), \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}, \text{ deci funcția este impară.}$	3p 2p
3.	$\lg(1-x) - \lg(7-x) = \lg \frac{1-x}{7-x} = -1 \Leftrightarrow \frac{1-x}{7-x} = \frac{1}{10},$ $x = \frac{1}{3}, \text{ care convine.}$	3p 2p
4.	Numărul de funcții $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ strict descrescătoare este egal cu C_4^3 $C_4^3 = \frac{4!}{(4-3)! \cdot 3!} = 4$	3p 2p
5.	Mijlocul segmentului AC are coordonatele $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ Mijlocul segmentului BD are coordonatele $\left(\frac{x_D - 1}{2}, \frac{y_D + 2}{2}\right)$ $\frac{x_D - 1}{2} = -\frac{1}{2}, \frac{y_D + 2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_D = 0, y_D = -1 \Rightarrow D(0, -1).$	2p 3p
6.	Considerăm triunghiul ABC cu $AB = 5, AC = 6$ și $BC = 8$ $\Rightarrow \cos A = \frac{5^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = -\frac{1}{20}$ $\Rightarrow \cos A < 0$, deci unghiul A este obtuz.	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1. a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 9 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 9 & 1 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 3 + 4 + 18 - 2 - 12 - 9 = 2$	3p
b)	$A(a) \text{ este inversabilă} \Leftrightarrow \det(A(a)) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & a \\ 4 & 9 & a^2 \end{vmatrix} = a^2 - 5a + 6 = (a-2)(a-3),$	3p
	<p>pentru orice număr real a $A(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow a \neq 2$ și $a \neq 3$.</p>	2p
c)	<p>Pentru $a = 4$, $\det(A(4)) = 2 \neq 0$, deci sistemul este Cramer</p>	2p
	<p>Soluția sistemului este $(3, -3, 1)$.</p>	3p
2. a)	$x * y = 1 - 4xy + 4x + 4y - 4 = 1 - 4x(y-1) + 4(y-1) =$ $= 1 - 4(x-1)(y-1), \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y.$	3p
		2p
b)	$x * \frac{1}{x} = 1 - 4(x-1)\left(\frac{1}{x} - 1\right) = 1 - 4(x-1)\frac{1-x}{x} =$	3p
	$= 1 + \frac{4(x-1)^2}{x} \geq 1, \text{ pentru orice } x \in (0, \infty)$	2p
c)	$x * x = 1 - 4(x-1)^2, x * x * x = 1 + 4^2(x-1)^3,$	3p
	$x * x * x * x = 1 - 4^3(x-1)^4, \text{ pentru } x \text{ număr real}$ $(x-1)\left(1 + 4^3(x-1)^3\right) = 0, \text{ deci } x = \frac{3}{4} \text{ sau } x = 1.$	2p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = \frac{(x-1)'(x^2+3) - (x-1)(x^2+3)'}{(x^2+3)^2} = \frac{1 \cdot (x^2+3) - (x-1) \cdot 2x}{(x^2+3)^2} =$	3p
	$= \frac{3+2x-x^2}{(x^2+3)^2} = \frac{(3-x)(x+1)}{(x^2+3)^2}, x \in \mathbb{R}.$	2p

