

Simulare, Bacalaureat, 17 ianuarie 2023
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

SUBIECTUL I

- 5p** 1. Se consideră numărul complex $z = 2 - 3i$. Arătați că $z^2 - 4z + 13 = 0$.
- 5p** 2. Determinați valorile reale ale lui m pentru care graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + 4$ intersectează axa Ox în două puncte distincte.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x-1) + \lg(6x-5) = 2$.
- 5p** 4. Determinați termenul care **nu** îl conține pe x din dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{x} + \sqrt{\frac{2}{x}}\right)^{20}$, unde $x \in (0, \infty)$.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC , punctul M mijlocul laturii BC și punctul N mijlocul segmentului AM . Demonstrați că $2\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.
- 5p** 6. Arătați că dacă $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ și $\sin x + \cos x = \cos 2x$, atunci $\sin x - \cos x = -1$.

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ a & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 7$.
- 5p** b) Demonstrați că rangul matricei $A(a)$ este egal cu 3, pentru orice număr întreg a .
- 5p** c) Determinați numărul întreg m pentru care inversa matricei $A(m)$ are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea $M = (-10, 10)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{100(x+y)}{xy+100}$.
- 5p** a) Arătați că $3 * 0 = 3$.
- 5p** b) Se consideră $f: M \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \frac{10-x}{10+x}$. Demonstrați că $f(x * y) = f(x) \cdot f(y)$, pentru orice $x, y \in M$.
- 5p** c) Determinați $x \in M$ pentru care $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{\text{de 2023 ori } x} = 0$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1$.

5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{f(x)}$.

5p c) Demonstrați că $f(2\sqrt{3}) < f(3\sqrt{2})$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 2)e^{-x}$.

5p a) Calculați $\int f(x) \cdot e^x dx$.

5p b) Calculați $\int g(x) dx$, unde $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(\ln x)$.

5p c) Determinați numerele reale a și b , știind că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^{-x}(-x^2 + ax + b)$ este o primitivă a funcției f .