



Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră numărul complex $z = 1 + i$, $i^2 = -1$. Arătați că $z^2 - 2z = -2$.
- 5p** 2. Fie funcția $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, dată prin $f(k) = \begin{cases} k-1, & \text{dacă } k \text{ este par} \\ k^2 - 3, & \text{dacă } k \text{ este impar} \end{cases}$. Calculați $f(f(46)) - 2022$.
- 5p** 3. Rezolvați ecuația $\ln(4-x) = \ln 4 - \ln x$.
- 5p** 4. Un șofer are de efectuat o cursă pe o distanță de 250 de km cu o mașină care consumă 8 litri de combustibil la 100 de km. Prețul unui litru de combustibil este de 7 lei. Aflați cât l-a costat cursa în final, dacă firma i-a decontat 25% din contravaloarea combustibilului consumat.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3, 5)$ și $B(5, 1)$. Calculați distanța de la O la M , unde M este mijlocul segmentului $[AB]$.
- 5p** 6. Arătați că $\sin 2x - \cos x = 0$ știind că $\sin x = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și, pentru orice n număr natural, definim $A_n = nP + (n+1)Q$.
- 5p** a) Arătați că $\det A_2 = 6$.
- 5p** b) Arătați că $PQ = QP = O_2$, $P^2 = P$ și $Q^2 = Q$.
- 5p** c) Calculați $A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdots A_{2022}$.
- 2.** Pe mulțimea $[0, \infty)$ definim legea de compozиție „*” prin $x * y = \frac{3^y + x}{xy + 3}$.
- 5p** a) Arătați că $12 * 3 = 1$.
- 5p** b) Rezolvați ecuația $2^x * 0 = 3$.
- 5p** c) Calculați $((((6 * 5) * 4) * 3) * 2) * 1$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $f(x) = (1-x)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = -xe^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați punctul de extrem al funcției f .
- 5p** c) Arătați că pentru orice $k \in (0, 1)$, ecuația $f(x) = k$ are exact două soluții reale.
2. Pentru orice număr real a , definim funcția $f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ prin $f_a(x) = x^2 - ax + a^2$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 f_0(x) dx = 9$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^e (f_0(x) \cdot \ln x) dx = \frac{2e^3 + 1}{9}$.
- 5p** c) Determinați valoarea minimă pentru $\int_0^2 f_a(x) dx$, $a \in \mathbb{R}$.