

Examenul național de bacalaureat 2023  
Proba E. c)  
Matematică *M\_șt-nat*  
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$S_3 = 3a_1 + 15$ $3a_1 + 15 = 126, a_1 = 37$	3p 2p
2.	$x_V = -\frac{b}{2a}, \frac{m+1}{6} = -1$ $m+1 = -6, m = -7$	3p 2p
3.	$\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases}, x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right), \log_3\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right) = -1$ $\frac{2x+1}{2x-1} = \frac{1}{3}, x = -1 \notin \left(\frac{1}{2}, +\infty\right),$ în concluzie ecuația nu are soluție în $R$	3p 2p
4.	card A=10 Numere prime:23, 29 $\Rightarrow$ 2 cazuri favorabile $P = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	3p 2p
5.	Fie M, mijlocul segmentului AB. Coordonatele punctului M (4, 6) $d(C, M) = \sqrt{(8-4)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$	2p 3p
6.	$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ$ sau $\sin 135^\circ = \sin 45^\circ$ $(\cos 120^\circ + \cos 60^\circ) \cdot (\sin 135^\circ - \sin 45^\circ) = 0$	2p 3p

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p
----------	--	----

	$\det A(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1$	3p
b)	$A(y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & 1 & 0 \\ 3y & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 2A\left(\frac{x+y}{2}\right) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & x+y \\ 0 & 2 & 0 \\ 3x+3y & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $A(x) + A(y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & 1 & 0 \\ 3y & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & x+y \\ 0 & 2 & 0 \\ 3x+3y & 0 & 2 \end{pmatrix} = 2A\left(\frac{x+y}{2}\right)$	2p 3p
c)	$A(x^2 + 1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x^2 + 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3(x^2 + 1) & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A(x^2 + x + 1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x^2 + x + 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3(x^2 + x + 1) & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A(x^2 + 1) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x^2 + 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x^2 + 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x^3 + 3x + 1 & 0 & x^2 + x + 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x^2 + 3x + 3 & 0 & 3x^3 + 3x + 1 \end{pmatrix}$ $3x^3 + 3x + 1 = 1, x(x^2 + 1) = 0, x_1 = 0, x_{2,3} \notin R$	3p 2p
2.	$C_4^2 = 6$	3p
a)	$a * C_4^2 = a * 6 = a6 - 6a - 36 + 42 = 6 = C_4^2$ $C_4^2 * a = 6 * a = 6a - 36 - 6a + 42 = 6 = C_4^2$ . Finalizare.	2p
b)	$(x * y) * z = x * (y * z), \forall x, y, z \in R$ $(x * y) * z = (xy - 6x - 6y + 42) * z = xyz - 6xz - 6yz - 6xy + 36z + 36x + 36y - 210$ $x * (y * z) = x * (yz - 6y - 6z + 42) = xyz - 6xy - 6xz - 6yz + 36x + 36y + 36z - 210$ . Finalizare.	3p 2p
c)	Din a) rezultă că $a * 6 = 6 * a = 6, \forall a \in R$ Din b) rezultă că legea "*" este asociativă $1 * 2 * 3 * \dots * 2023 = (1 * 2 * \dots * 5) * 6 * (7 * 8 * \dots * 2023) = 6 * (7 * 8 * \dots * 2023) = 6$ .	2p 3p

**SUBIECTUL III**
**(30 de puncte)**

1	Din $y=2$ ca asimptotă orizontală la $+\infty$ pentru graficul funcției $f$ deduce că $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$	2p
a)	Calculează $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+2}{x-1} = a \Rightarrow a=2$	3p
b)	Calculează $f'(x) = \frac{-4}{(x-1)^2}, \forall x \in (1, +\infty)$	2p

	Motivează că $\frac{-4}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in (1, \infty)$ de unde se obține că $f$ este strict descrescătoare pe $(1, +\infty)$	3p
c)	Din b) rezultă că funcția $f$ este strict descrescătoare. $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$ $f(3\sqrt{2}) < f(2\sqrt{3})$ .	3p 2p
2. a)	$F$ este derivabilă pe $[1,2]$ și $F'(x) = \frac{\left(\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}\right)'}{\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}} = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot x - \sqrt{x^2+1} + 1}{x^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} =$ $= \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2+1}}$	3p 2p
b)	Fie $F: [1,2] \rightarrow R$ , o primitivă a funcției $f$ $\Rightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in [1,2]$ $f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2+1}} > 0 \forall x \in [1,2] \Rightarrow F'(x) > 0 \forall x \in [1,2]$ $\Rightarrow F$ este monoton crescătoare pe $[1,2]$	2p 3p
c)	$\int f^2(x) dx = \int \frac{1}{x^2 \cdot (x^2+1)} dx = \int \frac{1+x^2-x^2}{x^2(x^2+1)} dx =$ $\int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}\right) dx = \int \frac{1}{x^2} dx - \int \frac{1}{x^2+1} dx = -\frac{1}{x} - \arctg x + C$	2p 3p