

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică $M_{șt-nat}$

Simulare - Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I**(30 puncte)**

- 5p 1. O progresie aritmetică cu rația 5 are suma primilor trei termeni egală cu 126. Determinați primul termen al progresiei.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x) = -3x^2 + (m + 1)x + 5$. Determinați valoarea parametrului real m , știind că vârful parabolei asociate funcției f are abscisa egală cu -1 .
- 5p 3. Rezolvați în R ecuația $\log_3(2x + 1) - \log_3(2x - 1) = -1$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A = \{21, 22, 23, \dots, 29, 30\}$, acesta să fie număr prim.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$, $B(6,8)$ și $C(8,2)$. Calculați distanța de la C la mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Calculați $(\cos 120^\circ + \cos 60^\circ) \cdot (\sin 135^\circ - \sin 45^\circ)$.

SUBIECTUL II**(30 puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Arătați că $A(x) + A(y) = 2A\left(\frac{x+y}{2}\right)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $A(x^2 + 1) \cdot A(x) = A(x^2 + x + 1)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție:
 $x * y = xy - 6x - 6y + 42$, $\forall x, y \in R$.
- 5p a) Demonstrați că $a * C_4^2 = C_4^2 * a = C_4^2$, $\forall a \in R$.
- 5p b) Demonstrați că legea $*$ este asociativă.
- 5p c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2023$.

SUBIECTUL III**(30 puncte)**

1. Fie funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow R$, $f(x) = \frac{ax+2}{x-1}$, unde $a \in R$
- 5p a) Determinați valoarea numărului real a , știind că graficul funcției f admite dreapta de ecuație $y = 2$ ca asimptotă orizontală la $+\infty$.
- 5p b) Pentru $a = 2$, demonstrați că funcția f este strict descrescătoare.
- 5p c) Pentru $a = 2$, demonstrați că $f(3\sqrt{2}) < f(2\sqrt{3})$.
2. Fie funcția $f: [1,2] \rightarrow R$, $f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2+1}}$.
- 5p a) Demonstrați că funcția $F: [1,2] \rightarrow R$, $F(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f este monotonă.
- 5p c) Calculați $\int f^2(x) dx$.