



**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Proba E. c)**  
**Matematică M\_mate-info**

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Calculați suma primilor patru termeni ai unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \in N^*}$  cu rația 2, știind că  $a_3 + a_4 = 8$ .
- 5p 2. Se consideră ecuația  $x^2 + 3mx - m - 2 = 0$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2$ , unde  $m$  este număr real. Determinați valoarea reală a lui  $m$  știind că  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$ .
- 5p 3. Rezolvați în multimea numerelor reale ecuația  $2x + \sqrt{16 + x^2} = 11$ .
- 5p 4. Câte numere de trei cifre distințe se pot forma cu cifrele 0,1,2,3,4 și 5 ?
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,3)$ ,  $B(5, -7)$  și  $C(-1, -5)$ . Determinați ecuația liniei mijlocii în triunghiul  $ABC$ , care este paralelă cu latura  $BC$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu măsura unghiului  $C$  de  $150^\circ$  și latura  $AB = 6$ . Calculați raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ m & 1 & -2 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x - y + z = m \\ mx + y - 2z = 2m \end{cases}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(2)) = 1$ .
- 5p b) Pentru  $m = 2$ , rezolvați sistemul de ecuații.
- 5p c) Pentru  $m = 3$ , determinați soluțiile  $(x_0, y_0, z_0)$  ale sistemului de ecuații, astfel încât  $x_0 + y_0 z_0 = 4$  și  $x_0, y_0, z_0$  sunt numere întregi.
2. Pe mulțimea  $R$  se definește legea de compozиție asociativă „\*”,  $x * y = 2(x - 3)(y - 3) + 3$ , pentru orice  $x, y \in R$ .
- 5p a) Demonstrați că  $x * y * z = 4(x - 3)(y - 3)(z - 3) + 3$ , pentru orice  $x, y, z \in R$ .
- 5p b) Arătați că  $e = \frac{7}{2}$  este elementul neutru al legii de compozиție „\*”.
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$  astfel încât  $\underbrace{x * x * \dots * x}_{\text{de 2023 ori } x} = 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow R$ ,  $f(x) = 1 - \frac{1}{x} - \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 0$ .
- 5p b) Demonstrați că funcția are o singură asimptotă.
- 5p c) Demonstrați că  $1 + x \ln x \geq x$ , pentru orice număr real  $x$  strict pozitiv.



**2.** Se consideră funcțiile  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = e^x(\sin x + \cos x)$  și  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $g(x) = e^x \sin x$ .

**5p**

a) Verificați dacă funcția  $g$  este o primitivă a funcției  $f$ .

**5p**

b) Determinați primitiva funcției  $g$  a cărei reprezentare grafică conține punctul  $O(0,0)$ .

**5p**

c) Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este convexă pe intervalul  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .