Examenul naţional de bacalaureat 2023 **-simulare județeană**

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ este q = 2 $b_3 = 1 \cdot 2^2 = 4$	3p 2p
2.	. $3x+1<7 \Leftrightarrow x<2$ Cum x este număr natural, obținem x = 0 sau x =1	2p 3p
3.	$x^2+8=(x+2)^2$ x =1 , care convine	2p 3p
4.	$c_4^2=\frac{4!}{2!\cdot 2!}=$ Dupa simplificare,rezultat final 6	3p 2p
5.	$m_{AB}=1, m_{CD}=1-a$, unde a este numar real $m_{AB}=m_{CD} \Leftrightarrow$ $1-a=1 \Leftrightarrow$ $a=0$	2p 3p
6.	$$cos\,B=\frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{10}{BC}$$ BC=20	3p 2p

–

	Proba E. c)
SUBIECTUL al II-lea	**Matematică *M_şt-nat***

(30 de puncte)

1.a)	$X(-1)=\begin{pmatrix}2 & 4 & 1\\ 3 & 9 & 1\\ -1 & 1 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(X(-1))=\begin{vmatrix}2 & 4 & 1\\ 3 & 9 & 1\\ -1 & 1 & 1\end{vmatrix}=$	**2p**
	=18+3+(-4)-(-9)-12-2=12	**3p**
b)	$\det(X(a)-I_3)=\begin{vmatrix}1 & 4 & 1\\ 3 & 8 & 1\\ a & a^2 & 0\end{vmatrix}=2a^2-4a$	**3p**
	$2a^2-4a=0 \Leftrightarrow a=0$ sau $a=2$	**2p**
c)	$\Delta=\begin{vmatrix}2 & 4 & 1\\ 3 & 9 & 1\\ a & a^2 & 1\end{vmatrix}=a^2-5a+6$, și cun ABC este triunghi, obtinem $a^2-5a+6\neq 0$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\lvert\Delta\rvert$, deci $\lvert a2-5a+6\rvert<6$ și, cum a este numar natural, obținem a=1 sau a=4	**3p**
2.a)	x*y=1-4xy+4x+4y-4=	**3p**
	1-4x(y-1)+ 4(y-1)=1-4(x-1) (y-1),pentru orice numere reale x și y	**2p**
b)	$x*\frac{1}{x}=1-4(x-1)\left(\frac{1}{x}-1\right)=1-4(x-1)\frac{1-x}{x}=,$	**3p**
	$1+4\frac{(x-1)^2}{x}\geq 1$,pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**2p**
c)	$x*x=1-4(x-1)^2$, $x*x*x=1+4^2(x-1)^3$, $x*x*x*x=1-4^3(x-1)^4$, unde x este număr real	**3p**
	$(x-1)(1+4^2(x-1)^3)=0$, deci $x=\frac{3}{4}$ sau x=1	**2p**

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2-\ln(x+1)-(x+1)\cdot\frac{1}{x+1}=$	**3p**
	$=2 - l(x+1) - 1 = 1 - \ln(x+1)$	**2p**
b)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=e-1$	**2p**
	Pentru orice $x\in(-1,e-1]$, $f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-1,e-1]$ și pentru orice $x\in[e-1,+\infty)$, $f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[e-1,+\infty)$	**3p**
c)	$f''(x)=-\frac{1}{x+1}$, $x\in(-1,+\infty)$	**2p**
	Cum, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$ avem $-\frac{1}{x+1}<0$, obținem $f''(x)<0$, deci f este concavă	**3p**
2.a)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\left(x-e^x\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-e^x\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}-e+1=\frac{3}{2}-e$	**2p**
b)	$\int_0^1 x f(x)dx=\int_0^1 x\left(x-e^x\right)dx=\int_0^1\left(x^2-xe^x\right)dx=\frac{x^3}{3}\Big\vert_0^1-(x-1)e^x\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}$	**2p**
c)	$I_n=\int_0^1 x^n\left(x-f(x)\right)dx=\int_0^1 x^n e^x\,dx=x^n e^x\Big\vert_0^1-n\int_0^1 x^{n-1}e^x\,dx=$	**3p**
	$=e-nI_{n-1}$, de unde obținem $I_n+nI_{n-1}=e$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$	**2p**